

Procedimentos de Resolução de Alunos de 5º ano do Ensino Fundamental em Relação a Problemas de Estruturas Multiplicativas

Mariana Lemes de O. Zaran¹

Cintia Ap. Bento dos Santos²

GD1 – Educação Matemática nos Anos Iniciais

Resumo

Neste artigo apresentamos dados parciais sobre nossa pesquisa de mestrado, em andamento, em que pretendemos realizar uma análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de São Paulo, em relação a problemas de estruturas multiplicativas, tendo como enfoque as aprendizagens e dificuldades por eles reveladas. Nossa fundamentação teórica se apoia nos estudos de Gerárd Vergnaud sobre os Campos Conceituais no que se refere às estruturas multiplicativas. Nossa metodologia de pesquisa é composta pelo método misto, constando de procedimentos de pesquisa documental. Para nossa investigação, utilizamos os dados coletados nos estudos realizados a partir do Projeto *Prova Brasil de Matemática: revelações e possibilidades de avanços nos saberes de alunos de 4ª série/5º ano e indicativos para formação de professores*, desenvolvido no âmbito do Programa Observatório da Educação Capes/Inep, Edital 2010, financiado pela Capes. Este Projeto de Pesquisa tem sido desenvolvido em uma instituição privada da cidade de São Paulo. Esperamos que esta investigação possa ser utilizada como ponto de partida para uma reflexão que vise encontrar novos caminhos para a prática pedagógica dos docentes, no que se refere ao ensino das operações de multiplicação e divisão.

Palavras chave: campos conceituais. estruturas multiplicativas. procedimentos de resolução. compreensão do raciocínio multiplicativo.

Introdução e justificativa da pesquisa

O presente artigo é constituído de uma abordagem sobre nossa pesquisa, que está sendo desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, de uma universidade privada da cidade de São Paulo. Pretendemos em nossa investigação apresentar uma análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de São Paulo, em relação a problemas de estruturas multiplicativas, tendo como enfoque as aprendizagens e dificuldades por eles reveladas. Cabe ressaltar que, neste momento nossa pesquisa encontra-se na etapa de análise dos protocolos dos alunos, obtidos por meio dos instrumentos elaborados para a realização da pesquisa de campo.

¹ Universidade Cruzeiro do Sul / mariana_lemes15@hotmail.com / Mestranda do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

² Universidade Cruzeiro do Sul / cintia.santos@cruzeirosul.edu.br / Professora Orientadora

A escolha do tema gerador da pesquisa justifica-se a partir da prática profissional da pesquisadora como docente da disciplina de Matemática no Ensino Fundamental, em que tem observado que muitos alunos de 6º a 9º ano apresentam dificuldades para resolver situações que requerem a utilização da operação de divisão e não reconhecem esta como uma operação inversa da multiplicação. Na convivência com outros professores e colegas de trabalho, percebi também que alguns acreditam que ao chegarem ao 6º ano os alunos já possuem construído completamente o sentido dessa operação, e inclusive do trabalho procedimental dos algoritmos que a envolvem.

Com base nas constatações realizadas em minha trajetória como docente, a questão da dificuldade dos alunos em relação à operação de divisão passou a ser uma preocupação para mim enquanto professora de Matemática; e por isso busquei aprofundar meus conhecimentos para poder entender as questões que envolvem o trabalho com a operação de divisão. Em busca de respostas, iniciei em 2011 meus estudos no Programa de Pós Graduação da Universidade Cruzeiro do Sul, no curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática.

No decorrer de meus estudos no Mestrado e por intermédio de minha orientadora passei a participar do Projeto *Prova Brasil de Matemática: revelações e possibilidades de avanços nos saberes de alunos de 4ª série/5º ano e indicativos para formação de professores*, no âmbito do Programa Observatório da Educação, Edital 2010 e que possui financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), maiores detalhes sobre o projeto podem ser verificados em Curi (2010). Ressalto que este projeto me proporcionou um novo olhar acerca do ensino da Matemática, trazendo novas inquietações quanto a minha preocupação em relação aos problemas de aprendizagem de meus alunos.

Atualmente, o grupo participante deste projeto é constituído por atores de segmentos distintos sendo pesquisadores, professoras da rede pública de ensino de São Paulo que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, alunos do curso de Pedagogia da Universidade e por mestrandos e doutorandos do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

Segundo Curi (2010) o objetivo do Projeto é utilizar a base de dados existentes no Inep sobre aprendizagem matemática, reveladas na Prova Brasil, pelos alunos de 4ª série/5º ano das escolas envolvidas, buscando indícios para melhoria da qualidade do ensino de

Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e indicativos para a formação de professores que atuam nesse segmento.

Procuramos a partir deste estudo, analisar como ocorre o processo de aprendizagem dos alunos de 5º ano do Ensino Fundamental no que se refere ao campo multiplicativo, buscando diagnosticar fatores que possam estar implicando nessas dificuldades. Evidenciamos que esses alunos encontram-se no período de transição para o Ensino Fundamental II, e que, a não apropriação do raciocínio multiplicativo pode resultar em futuras dificuldades de aprendizagem em relação a outros conteúdos matemáticos que irão requerer sua utilização. Dificuldades estas que acabam por prejudicar o processo de aprendizagem de alunos em relação a outros conteúdos matemáticos que requerem a apropriação das operações de multiplicação e divisão para que possam ser entendidos pelos alunos. Sabemos que no 6º ano essas operações serão novamente abordadas nas aulas, porém seria adequado que estes alunos já se apropriassem dos conceitos, ideias, representações e relações existentes nas operações de multiplicação e divisão, nesta fase de escolarização, para que essas dificuldades não se estendam e se agravem pelos demais anos de escolarização, em que os procedimentos pessoais utilizados poderão se tornar ineficazes diante de problemas que contenham um maior nível de complexidade.

Optamos por enfatizar como foco de pesquisa esta visão articulada entre as duas operações pelo fato de que muitas vezes, para a resolução de um problema que envolve a ideia da operação de divisão, o aluno pode realizar um procedimento de raciocínio em que seja utilizada a ideia de multiplicação para se chegar à resposta, o que torna necessário também o aprofundamento de uma investigação sobre como os alunos tem se apropriado das ideias pertencentes a esta operação, a partir do momento em que priorizaremos um trabalho em que cada operação não seja abordada de forma estanque, mas sim articulada com outra operação que possa ampliar e contribuir para a aprendizagem dos alunos.

Nossa fundamentação teórica se apoia nos estudos de Gérard Vergnaud (1983, 1987, 1991, 1994, 1996, 1998, 2009, 2012) sobre os Campos Conceituais no que se refere às estruturas multiplicativas. Este referencial teórico foi escolhido porque possibilita uma visão articulada em relação ao ensino das operações de multiplicação e divisão, e também devido à construção de conceitos em relação às operações.

Problema de pesquisa

Com base em nossa justificativa e, buscando delimitar nossa investigação, elaboramos as seguintes questões de pesquisa:

- Quais as dificuldades e facilidades demonstradas por alunos do 5º ano ao resolverem problemas do Campo Multiplicativo?
- Como se encontra a aprendizagem dos alunos no que se refere à transição entre a fase de escolarização do Ensino Fundamental I para o Ensino Fundamental II em se tratando de problemas pertencentes ao Campo Multiplicativo?

Metodologia

Para responder nossas questões de pesquisa, centramos nosso trabalho em uma investigação acerca dos protocolos de alunos de 5º ano com suas respectivas resoluções quanto a problemas envolvendo questões pertencentes ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas de Gerárd Vergnaud, buscando revelar dificuldades e facilidades percebidas quanto à aprendizagem destas operações. Buscando também verificar como alunos nesta fase de escolarização tem institucionalizados estas operações.

Utilizamos para esta investigação uma organização de trabalho baseada em um método misto de pesquisa. De acordo com Creswell (2010) a pesquisa de métodos mistos emprega a combinação de abordagens qualitativas e quantitativas, utilizando os pontos fortes dos dois tipos de pesquisas. Ainda segundo o autor, o uso combinado das pesquisas qualitativa e quantitativa proporciona uma maior compreensão dos problemas de pesquisa.

Optamos pelo método misto devido ao caráter quantitativo da análise que realizamos inicialmente em relação aos instrumentos realizados pelos alunos e depois realizamos uma análise qualitativa elaborando categorias de análise para os procedimentos de resolução dos alunos.

Ainda referindo-se à nossa metodologia, ressaltamos também que esta consta de um procedimento de pesquisa documental, onde Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009) defendem que:

Quando um pesquisador utiliza documentos objetivando extrair informações, ele o faz investigando, examinando, usando técnicas apropriadas para seu manuseio e análise; segue etapas e procedimentos; organiza informações a serem categorizadas e posteriormente analisadas; por fim, elabora sínteses, ou seja, na realidade, as ações dos investigadores – cujos objetos são documentos – estão impregnadas de aspectos metodológicos, técnicos e analíticos (SÁ-SILVA, ALMEIDA e GUINDANI, 2009, p. 4).

A partir dessa citação, é possível perceber que nosso tipo de investigação também tem suas origens fundamentadas na pesquisa documental, onde realizaremos uma análise acerca dos procedimentos e resultados desenvolvidos pelos alunos em seus protocolos, sendo estes considerados documentos, que são definidos segundo Philips (1974) como “quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano” (PHILIPS, 1974, p. 187).

É importante ressaltar acerca dessa definição, que um documento não se define apenas por materiais escritos. Em Appolinário (2009), podemos encontrar uma definição mais ampla de documento:

Qualquer suporte que contenha informação registrada, formando uma unidade, que possa servir para consulta, estudo ou prova. Incluem-se nesse universo os impressos, os manuscritos, os registros audiovisuais e sonoros, as imagens, entre outros. (APPOLINÁRIO, 2009, p. 67)

A partir dessas considerações, podemos então classificar como técnica metodológica complementar de nossa investigação a pesquisa documental, em que se caracteriza como um subsídio essencial para a concretização do presente estudo, possibilitando-nos uma riqueza de informações que auxiliarão em nossa análise.

Para nossa investigação, utilizamos os dados coletados nos estudos realizados a partir do Projeto *Prova Brasil de Matemática: revelações e possibilidades de avanços nos saberes de alunos de 4ª série/5º ano e indicativos para formação de professores*,

Nossa investigação está sendo realizada a partir da análise de uma única escola participante desse grupo de pesquisa e consta de duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental, com um efetivo de pesquisa de 57 alunos.

Para a realização de nossa análise, elaboramos juntamente ao grupo quatro instrumentos, e obtivemos um total de 206 protocolos, resultando em um total de 722 problemas a serem analisados.

Cada instrumento elaborado pelo grupo abordou um determinado grupo de problemas referente às operações e ideias pertencentes ao campo multiplicativo, segundo a

categorização apresentada por Vergnaud (1983, 1991, 1994). Acreditamos que, ao verificarmos isoladamente cada grupo de problemas, podemos realizar uma análise mais aprofundada que nos permitirá identificar em qual deles os alunos apresentam maiores dificuldades e facilidades, servindo-nos como um indicativo para responder às nossas questões de pesquisa, contribuindo com o ensino de Matemática.

O primeiro instrumento é composto por três problemas que contemplam a ideia “um a muitos”, pertencentes à classe de problemas isomorfismo de medidas.

O segundo instrumento é composto por quatro problemas, contemplando a ideia “muitos a muitos”, também pertencentes à classe de problemas isomorfismo de medidas.

O terceiro instrumento é composto por três problemas, que contemplam a ideia de “configuração retangular”, pertencentes à classe de problemas produto de medidas.

O quarto e último instrumento de nossa investigação é composto por dois problemas que contemplam a ideia de “combinatória”, também pertencentes à classe de problemas produto de medidas.

O objetivo desses instrumentos foi o de verificar os procedimentos utilizados pelos alunos para solucionar problemas referentes às estruturas multiplicativas, analisando se eles compreendem ou não a ideia envolvida e como demonstram suas resoluções.

Para a elaboração dos problemas, formaram-se grupos de acordo com a série atuante das professoras participantes do projeto, para que os mesmos pudessem ser realizados em sala de aula e posteriormente trazidos para análise no grupo, a fim de verificar os conhecimentos revelados pelos alunos em se tratando do trabalho com as estruturas multiplicativas.

Durante a elaboração dos problemas, nos preocupamos em adaptá-los a contextos e situações próximas ao cotidiano do aluno, por acreditarmos que esta pode ser uma forma de dar significado e ajudar na compreensão dos alunos. Imaginamos que se um contexto faz sentido para o aluno, este poderá visualizar melhor a situação, analisando e levantando hipóteses, facilitando a generalização do conteúdo, o que poderá facilitar sua aprendizagem.

Fundamentação Teórica

A Teoria dos Campos Conceituais tem como autor o pesquisador e psicólogo francês Gérard Vergnaud, reconhecido especialista na Didática da Matemática, sendo diretor de pesquisas didáticas do Centro Nacional de Pesquisa Científica do Instituto

Nacional de Investigação Pedagógica, em Paris. Esta teoria traz em seu contexto importantes estudos que contribuem para o ensino das operações matemáticas, onde são estudadas as estruturas aditivas e multiplicativas para a investigação das dificuldades que os alunos encontram em tais operações. Porém, neste artigo situaremos o leitor apenas em relação ao campo multiplicativo, visto que nossas análises encontram-se nas operações pertencentes a este campo.

Optamos por utilizar a Teoria dos Campos Conceituais como nosso referencial, visto ser esta uma teoria que nos permite explorar os procedimentos e representações realizados pelos alunos diante de um determinado problema, possibilitando a identificação de suas dificuldades e facilidades.

Para Vergnaud (2009), aprendemos e nos desenvolvemos em qualquer idade, onde um indivíduo é capaz de se adaptar às situações por meio de uma evolução da organização de sua atividade. O autor afirma que a análise da atividade em situação é um meio essencial para compreender os processos de aprendizagem, passando pela análise de erros, hesitações e desfuncionamentos, além da identificação das diferentes etapas que compõem uma forma nova de organização da atividade pelo aluno, denominada 'esquema'.

Vergnaud (1996) considera que um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pois é por meio das situações e dos problemas a resolver que um conceito ganha sentido diante dos alunos. O autor define conceito como um conjunto de invariantes utilizadas na ação do sujeito, sendo os conceitos constituídos no campo conceitual formados por uma terna de três conjuntos distintos e interligados entre si:

S conjunto de situações que dão sentido ao conceito

I conjunto de invariantes operatórios que estruturam a forma de organização da atividade (esquemas)

L conjunto de representações linguísticas e simbólicas que permitem representar os conceitos, suas relações, situações e os esquemas.

Vergnaud (1996) defende que o conhecimento organiza-se a partir de Campos Conceituais, definindo como Campo Conceitual um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição, sendo solucionados por conceitos, procedimentos e representações. Segundo

Vergnaud (2009), o domínio de um campo conceitual leva anos, e a organização de seus conceitos é progressiva e jamais acabada.

Para embasar a análise realizada em nossa pesquisa, aprofundaremos nosso estudo no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, sendo este campo definido como um conjunto no qual pertencem todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas, nas quais podem ser necessárias para sua resolução uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação de ambas.

Vergnaud (1994) afirma que a análise das relações multiplicativas mostra vários tipos de multiplicação e várias classes de problemas, onde é importante distinguir tais classes de problemas e analisá-las cuidadosamente, ajudando deste modo a criança a reconhecer as diferentes estruturas de problemas, encontrando assim procedimentos apropriados para sua solução.

Para Vergnaud (1991) pertencem a este campo conceitual um conjunto de problemas que envolvem duas grandes categorias de relações multiplicativas: isomorfismo de medidas e produto de medidas.

Ao grupo de problemas “Isomorfismo de Medidas”, pertencem problemas elementares, que estabelecem relações proporcionais simples, entre conjuntos de mesma cardinalidade (objetos do mundo real), preço constante (mercadorias e relações comerciais das mesmas), velocidade média constante (duração e distância), entre outras situações.

Vergnaud (1994) descreve nesse grupo um grande número de situações de vida cotidiana e algorítmica, dentre as quais se encontram os problemas de multiplicação, divisão e regra de três simples.

Ao grupo de problemas “Produto de Medidas”, pertencem as situações que requerem a utilização do raciocínio combinatório, onde todos os elementos de um dos grupos são relacionados com todos os elementos do outro grupo.

Para Vergnaud (1991), a essa categoria pertence uma relação ternária entre três quantidades, em que uma consiste no produto das outras duas ao mesmo tempo.

A partir da utilização das categorias de problemas definidas no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, pretendemos revelar em que etapa de aprendizagem encontram-se os alunos em relação ao raciocínio multiplicativo, buscando deste modo responder às nossas questões de pesquisa, e contribuir com o ensino da Matemática.

Resultados parciais encontrados

Conforme mencionamos anteriormente, nossa investigação encontra-se na etapa de análise dos protocolos dos alunos, obtidos por meio dos instrumentos elaborados para a realização da pesquisa de campo, em que já podemos apresentar alguns resultados parciais observados ao longo de nossas análises.

A partir das análises já realizadas acerca de nosso primeiro instrumento, pertencente ao grupo de problemas descrito por Vergnaud (1991) como Isomorfismo de Medidas, pudemos verificar que, apesar de nem todos os alunos já demonstrarem compreender a ideia envolvida por meio do raciocínio multiplicativo, a maior parte dos alunos compreendeu a ideia um a muitos, utilizando para a resolução dos problemas procedimentos pertencentes ao campo multiplicativo, por meio das operações de multiplicação e divisão. Ainda sobre esse instrumento, pudemos verificar também que os alunos obtiveram maior êxito no problema que envolvia a operação de multiplicação, e menor êxito na resolução dos problemas que envolviam a operação de divisão.

No segundo instrumento, ainda pertencente ao grupo de problemas descrito por Vergnaud (1991) como Isomorfismo de Medidas, verificamos que a maior parte dos alunos não compreendeu a ideia muitos a muitos, não identificando para a resolução dos problemas os procedimentos pertencentes ao campo multiplicativo, por meio das operações de multiplicação e divisão. Faz-se importante destacar sobre esse grupo de problemas que todos eles requeriam a apropriação das operações de multiplicação e divisão para sua resolução, em que também pudemos identificar a maior dificuldade dos alunos no que diz respeito aos procedimentos relacionados a operação de divisão.

Sobre o terceiro instrumento, pertencente ao grupo de problemas descrito por Vergnaud (1991) como Produto de Medidas, verificamos que a maioria dos alunos demonstrou compreender a ideia de configuração retangular por meio do raciocínio multiplicativo, chegando ao resultado esperado. Percebemos também que os menores êxitos obtidos estão relacionados ao problema em que são requeridos para sua resolução procedimentos que envolvem a operação de divisão.

No quarto e último instrumento, pertencente ao grupo de problemas descrito por Vergnaud (1991) como Produto de Medidas, verificamos que grande parte dos alunos

conseguiu chegar ao resultado esperado, em que, para tal pudemos observar não somente a utilização de procedimentos multiplicativos para a resolução dos problemas de combinatória, mas também verificamos a utilização de procedimentos próprios de resolução. É importante mencionarmos que, nos dois problemas, encontramos uma quantidade significativa de alunos que não utilizaram os procedimentos pertencentes ao campo multiplicativo para solucioná-los.

Até o momento, as análises dos dois grupos de problemas descritos por Vergnaud (1983, 1991, 1994), isomorfismo de medidas e produto de medidas, evidenciam que, apesar de nem todos os alunos já demonstrarem compreender a ideia por meio do raciocínio multiplicativo, no geral, grande parte dos alunos conseguiu encontrar a solução dos problemas.

Em alguns casos percebemos que os alunos utilizam para a resolução dos problemas representações não convencionais e algoritmos intermediários. Na operação de divisão, encontramos a realização de procedimentos de contagem por agrupamento e até mesmo da subtração repetida de parcelas iguais para encontrar o quociente. Já na operação de multiplicação pudemos encontrar procedimentos de adição repetida de parcelas iguais e de representações de distribuições um a um.

As categorias descritas por Vergnaud (1983, 1991, 1994) possibilitaram-nos a elaboração de instrumentos que contemplam diferentes estruturas de problemas multiplicativos, fato que tem nos propiciado uma ampla análise acerca das características reveladas pelos alunos em seus procedimentos de resolução.

Ao final de nossas análises, esperamos que nossa investigação possa ser utilizada como ponto de partida para uma reflexão que vise encontrar novos caminhos para a prática pedagógica dos docentes, possibilitando que o trabalho com as operações utilize de fato a noção dos Campos Conceituais, não como uma forma de evidenciar que alunos demonstram saber elaborar algoritmos para as operações, mas que aprendam o significado e os conceitos envolvidos em tais operações, de forma que tenham estes conhecimentos disponíveis em outras situações que surgirão mais adiante em sua vida escolar.

Referências

APPOLINÁRIO, F. **Dicionário de metodologia científica**: um guia para a produção do conhecimento científico. São Paulo, Atlas, 2009.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CURI, E. Projeto “**Prova Brasil de Matemática: Revelações e possibilidades de avanços nos saberes de alunos de 4ª série/ 5º ano e indicativos para a formação de professores**”, aprovado no âmbito do Programa Observatório da Educação, Edital 2010, apoio Capes, 2010.

PHILLIPIS, B.S. **Pesquisa social: estratégias e táticas**. Rio de Janeiro, Livraria Agir Editora, 1974.

SÁ-SILVA, J.R.; ALMEIDA, C.D.; GUINDANI, J.F. Pesquisa Documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História e Ciências Sociais**. São Leopoldo, v.1, n.1, p. 1-15, jul. 2009. Disponível em: http://www.rbhcs.com/index_arquivos/Artigo.Pesquisa%20documental.pdf. Acesso em 01 jun. 2012.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In Lesh, R. and Landau, M. (Eds.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. New York: Academic Press Inc. 1983. p. 127-174.

VERGNAUD, G.. **Problem solving and concept development in the learning of mathematics**. E.A.R.L.I. Second Meeting. Tübingen, 1987.

VERGNAUD, G. **El Niño, las Matemáticas y la Realidad**. México: Editorial Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In: Guershon, H. and Confrey, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VERGNAUD, G. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, 1998. p. 167-181.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Trad. Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. Construção do conhecimento matemático e a teoria dos campos Conceituais (conferência). **Anais... 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEMAT**. Fortaleza/CE, 2012.