

# **Abordagem dos números inteiros na 8ª classe à luz da teoria dos registros de representação semiótica: um estudo em escolas da cidade de Quelimane, Moçambique<sup>1</sup>**

Geraldo Vernijo Deixa<sup>2</sup>

Rosana Figueiredo Salvi<sup>3</sup>

## **GD3 – Educação Matemática no Ensino Médio**

### **Resumo**

O objetivo deste artigo é compreender como os professores e seus alunos utilizam e articulam os registros de representação semiótica (DUVAL, 2003) em sala de aula, investigar uma proposta de ensino que agrega as dimensões de conhecimentos dos números inteiros (BRUNO, 1997), as tarefas em matemática (PONTE, 2005) e os registros de representação semiótica no ensino dos números inteiros na 8ª série do ensino moçambicano, constituindo desse modo uma proposta de intervenção didática. Essa pesquisa toma o carácter de estudo de caso embasado em pesquisa qualitativo caracterizado por um conjunto de métodos: a observação de aulas, as narrativas das situações de ensino, entrevistas, entre outros.

Palavras-chave: registros de representação semiótica, tarefa, dimensões de conhecimentos, ensino de números inteiros.

### **1. Introdução**

O ensino de Matemática no sistema educativo moçambicano é caracterizado por um baixo desempenho por parte dos alunos. Essa situação tem levado as autoridades do

---

<sup>1</sup> “Bolsista do Programa Estudantes-Convênio de Pós-Graduação – PECPG, da CNPq – Brasil”

<sup>2</sup> Doutorando do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática/PECEM/CCE/Uel-Universidade Estadual de Londrina, e-mail: [gdeixa@yahoo.com.br](mailto:gdeixa@yahoo.com.br). Bolsista de CNPq-Brasil

<sup>3</sup> Orientadora e professora do Departamento de Geociências/CCE/Uel - Universidade Estadual de Londrina-PR, Brasil, e-mail: [salvi@uel.br](mailto:salvi@uel.br)

Ministério da Educação e Cultura a empreender um esforço no sentido de esclarecer as razões que concorrem para esse cenário.

Este trabalho visa contribuir para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática no sistema educativo moçambicano e tem como objetivos: investigar as tarefas propostas nos livros escolares quanto a sua articulação na transferência de conhecimentos entre dimensões abstrata, da reta e do contexto e identificar e analisar os registros de representação e sua articulação durante a aprendizagem da Matemática em sala de aulas por professores e alunos do Ensino Secundário Geral. Assim, neste trabalho vamos apresentar uma discussão sobre o tratamento dos números inteiros na perspectiva de vários autores. Das considerações embasadas, buscamos compreender quais as causas das dificuldades na aprendizagem dos números inteiros.

Este trabalho é constituído por quatro partes: a primeira discute a abordagem dos números inteiros na perspectiva de vários autores. A segunda, apresenta e discute a teoria dos registros de representação semiótica relacionando-a com conceito de tarefa como ativadora de saberes, a terceira apresentação da metodologia do trabalho e a última finaliza com algumas considerações.

## **2. Discussões sobre o ensino e aprendizagem dos números inteiros**

No âmbito da educação Matemática Marí (1995, p.30) constatou que os livros didáticos, os programas e outros documentos curriculares apresentavam uma incoerência e disfunções no ensino dos números inteiros e das operações aritméticas elementares, por exemplo, a evitação expressa nos livros e programas de subtrações impossíveis entre números naturais; a maior atenção prestada às operações da aritmética e a maior atenção nos processos algorítmica, antes das dificuldades que levantam a construção e a compreensão dos conceitos correspondentes.

Borba (1998) argumenta que no âmbito do ensino e de aprendizagem dos números relativos nas séries iniciais,

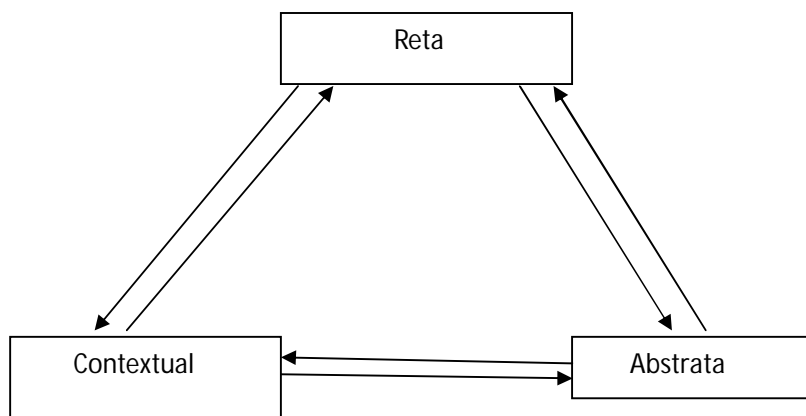
as formas de representação podem ser uma das principais causas das dificuldades das crianças quando lidam com números relativos, já que não parece haver muitas dificuldades na compreensão de situações cotidianas que envolvem esse campo numérico (BORBA,1998, p.125).

Marí (1995, pp.31-32) aponta alguns problemas didáticos específicos com os números inteiros ao afirmar que os professores enfrentam quando pretendem ensinar os números inteiros: a incompatibilidade do tempo da introdução por necessidades instrumentais e as

justificações satisfatórias dos conceitos e procedimentos correspondentes; a escolha do tratamento didático mais adequado antes da diversidade de construção e as vias de acessos; as dificuldades para abordar coerentemente as relações entre aritmética dos números naturais e a dos números inteiros; entre "quantificação absoluta" e a "quantificação relativa" e, a insuficiência de processos didáticos usuais para abordar a passagem da aritmética e a álgebra, no sentido de contemplar adequadamente as conexões entre os números naturais, os inteiros relativos e as noções algébricas elementares.

Para Bruno (1997) o ensino dos números inteiros deve ser feito a partir de três dimensões: abstrata, da reta e do contexto. Na opinião da autora, ausência de transferências entre dimensões explica em grande parte as dificuldades que os alunos encaram na aprendizagem desses assuntos. A mesma autora argumenta que cada dimensão apresenta as suas características próprias. A dimensão abstrata envolve os conhecimentos sobre os sistemas numéricos como estruturas matemáticas e as formas de escritas numéricas, os símbolos. A dimensão da reta envolve as representações dos números sobre a reta, baseada na identificação dos números reais com os pontos da reta e com vetores que indicam as direções. A dimensão do contexto envolve as aplicações, situações concretas em que se utilizam os números inteiros (p.7).

Fig. 1. Transferências entre as dimensões



Fonte: Bruno, 1997, p.7

É condição suficiente para que o aluno compreenda os números inteiros que seja capaz de realizar as transferências de conhecimentos entre as dimensões propostas.

Porém, o professor é o ativador fundamental visto que é quem organiza as tarefas que leva o aluno a percorrer tais dimensões.

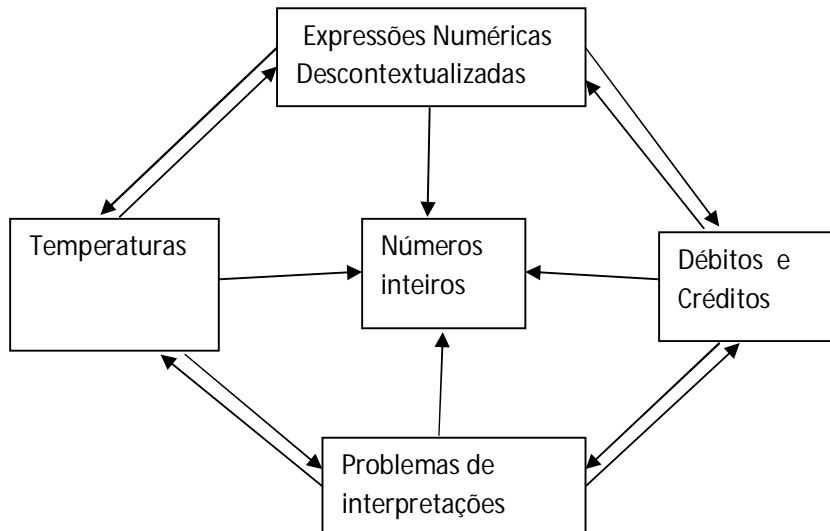
Segundo Carraher(1990) a representação sinalizada dos números negativos pode ser uma fonte de confusão para os alunos, se o sinal menos for interpretado como indicação de uma subtração. Assim sendo, a autora argumenta que as dificuldades na aprendizagem formal dos números relativos estão relacionadas a diferença de significados da notação matemática (-). Para a autora, "o símbolo (-) pode representar uma operação, a subtração, ora o sinal posicional ou posicionamento de um número na reta numérica, ora a operação de inversão".

Tais confusões podem ter origem na interferência com os sentidos intuitivos que as crianças adquirem quando são ensinados com adjetivação de dívidas e pela ênfase dada aos livros didáticos de retirar como sendo o significado do sinal menos (MARÍ,1995). De acordo com esse autor a metáfora de ganho e de perda funciona apenas nas operações de subtração e da adição. Por isso, há a necessidade de um cuidado na sua utilização visto que nas operações da multiplicação e da divisão essa metáfora não serve. A utilização desses contextos necessita do conhecimento de alguns modelos fundamentais, por exemplo, para os números naturais o modelo fundamental é a contagem, enquanto para os números relativos é o modelo geométrico, neste caso a reta seja ela cheia ou vazia, dependendo se estamos perante números inteiros relativos ou os racionais relativos.

De acordo com Borba (1998), há necessidade de se buscar modelos nos quais as relações entre contextos e as representações formais possam ficar bem claras e que sirvam de veículo para a transferência entre essas formas de representações (p.149). Essa transferência pode ajudar o aluno a entender que os "débitos" podem ser representados por números "negativos" e não que os números negativos são "débitos".

Para o ensino dos números inteiros são sugeridos o uso de expressões numéricas descontextualizadas; o uso de problemas sobre débitos e créditos; o uso de problemas envolvendo temperaturas e interpretações de expressões numéricas (BORBA, 1998). A utilização dos diferentes contextos visa essencialmente a aquisição conceitual dos números inteiros relativos. A figura abaixo mostra o percurso a percorrer para aquisição do conceito de número inteiro em sala de aula.

Fig .2. Construção do conceito de números inteiros a partir de vários contextos



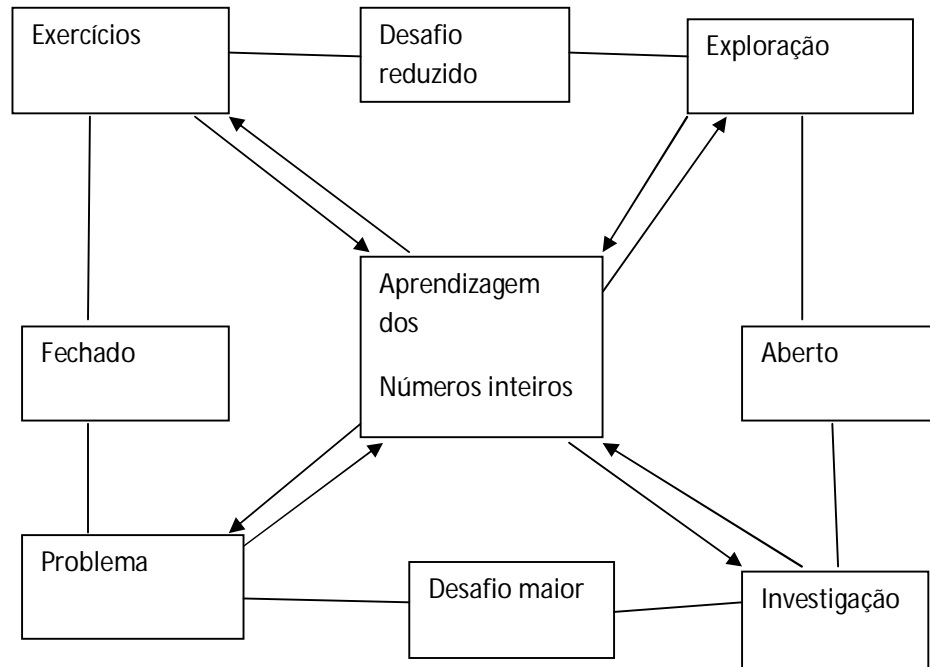
Fonte: autor

Todavia, para que isso aconteça a presença de ativadoras de aprendizagem, que são os diferentes tipos de tarefas a serem propostas pelo professor ou pelos autores de livros didáticos de Matemática, é necessária.

Ponte (2005.p.1) argumenta que os alunos aprendem em função de dois fatores: "a atividade que realizam e a reflexão que sobre ela efetuam". Segundo o autor, quando alguém está envolvido numa atividade, realiza-se uma tarefa. Portanto, uma tarefa é o objetivo da atividade. O mesmo autor refere que as tarefas possuem duas dimensões: o grau de desafio matemático e o grau de estrutura. O grau de desafio relaciona-se de forma estreita com a percepção das dificuldades de uma questão. Esse grau de desafio pode ser reduzido ou elevado. O grau de estrutura refere se a questão é aberta ou fechada. Numa tarefa fechada é claramente dito o que é dado e o que é pedido. Já numa tarefa aberta há um grau de indeterminação do que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas.

Agregando a idéia das dimensões dos conhecimentos dos números inteiros ao conceito de tarefa, surge a figura abaixo mostrando os percursos a serem percorridos para que o aluno compreenda os números negativos.

Fig.3. Agregação das dimensões de conhecimentos ao conceito de tarefa



Fonte: Adaptado de Ponte, 2005, p.8

No âmbito dessa pesquisa associamos as tarefas e os registros de representação semiótica por entendermos que a articulação e a coordenação entre diferentes registros dependem de ativadoras de aprendizagens, nesse caso, as tarefas.

### **Os registros de representação semiótica**

A semiótica é caracterizada por um conjunto de três atividades cognitivas: tratamento e conversão representação. Por tratamento, entendemos como sendo uma transformação de um registro dentro do mesmo registro, por exemplo resolver uma equação, resolver um sistema de equações, completar uma figura usando critérios de conexidade e de simetria. Neste caso, o objeto matemático continua o mesmo, por exemplo resolver uma equação linear pelo método analítico. Já a Conversão consiste numa transformação de um registro para outro, mantendo o objeto. Por exemplo, a conversão do sistema cartesiano em sistema de coordenada polar; conversão de um registro algébrico em registro gráfico (DUVAL,2003, p.16).

D'Amore (2005) salienta que,

quando Duval fala-se de registros de representação semiótica, faz-se referência a um sistema de signos que permite cumprir as funções de comunicação, tratamento e objetivação (D'AMORE, 2005, p.50).

A objetivação entendida no sentido de um processo no qual o espírito humano experimenta uma alienação de sua real natureza subjetiva, projetando-se em objetos e construindo a realidade externa. Isto é, o sujeito se apropria de uma situação imaginária que a transforma numa situação concreta e percebida pela mente humana (cria uma imagem mental).

O desenvolvimento dos vários tipos de aprendizagens<sup>4</sup> depende da capacidade de lidar com as diferentes representações semióticas. Cada tipo de aprendizagem tem as suas finalidades e particularidades, todos são considerados por igual (SÁNCHEZ HUETE, 2006).

De acordo com Duval (2003, p.11) "objetivo da matemática é contribuir para o desenvolvimento geral das capacidades de raciocinar, de analisar e de visualizar". Essa pretensão está ligada diretamente às representações semióticas. A capacidade de trabalhar com a diversidade de representações determinam o grau de comunicação em Matemática. Daí, a necessidade dos livros e os programas enfatizarem esses aspectos.

Neste sentido, Duval (2003) defende que

a originalidade de abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilita a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situações de ensino (DUVAL, 2003, P.12).

Essas situações propostas nos programas de ensino por meio de objetivos e interpretadas nos livros didáticos através de atividades concretas são relevantes para aprendizagem da matemática. Assim, podemos afirmar que o conteúdo dos livros didáticos depende dos objetivos expressos nos programas do ensino. Para que esses mobilizem o conhecimento matemático são necessárias três atividades cognitivas: a representação, o tratamento e a conversão (D'AMORE, 2005, p.59).

De acordo com Duval (apud D'AMORE, 2005, p.62) aquisição conceitual de um objeto matemático baseia-se em duas características fortes: o uso de diversos registros de representação semióticas (representando-os em um dado registro; tratando tais

---

<sup>4</sup> Referimos a memorização; aprendizagem algorítmica; aprendizagem de conceito e a resolução de problemas.

representações no interior de um mesmo registro e fazendo a conversão de um dado registro para outro) e, a criação e o desenvolvimento de novos sistemas semióticos.

Pelas razões citadas acima, pudemos perceber que a teoria de Duval (2003) deve ser avaliada segundo os dados relativos à riqueza, às novidades das observações de ações concretas, bem como às novidades das tarefas de aprendizagens propostas nos livros didáticos e pelos professores. Esse fato justifica-se dado que é "cada indivíduo que aprende". Outra justificação reside no fato de que um sucesso de uma ação didática não pode ser imediatamente considerado, mas somente alguns anos depois, visto que existem casos de sucessos imediatamente que se revelam insucessos algum tempo depois (D'AMORE, 2005).

Segundo Duval (2003), o ensino tem valorizado mais tratamento nas atividades matemáticas, pois a conversão não tem papel intrínseco nos processos de justificação ou de prova. Todavia quando se deseja analisar as dificuldades de aprendizagem em matemática, é preciso estudar prioritariamente a conversão das representações e não os tratamentos. Assim sendo, Duval (2003) distingue quatro tipos muito deferentes de registros na aprendizagem da Matemática.

O quadro 1 apresenta a classificação dos registros mobilizáveis no funcionamento matemático.

Quadro 1. Registros de representação semiótica

	Representação discursiva	Representação não discursiva
Registros multifuncionais: os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural Associações verbais(conceituais). Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentar a partir de observações, de crenças...</li> <li>• Dedução válida a partir da definição ou de teoremas.</li> </ul>	Figuras geométricas planas ou em perspectivas(configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apreensão operatória e não somente perceptiva;</li> <li>• Construção com instrumentos.</li> </ul>
Registros monofuncionais:os tratamentos são principalmente algoritmos	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Numéricas(binárias, decimal...);</li> <li>• Algébricas;</li> <li>• Simbólicas(línguas</li> </ul>	Gráficos cartesianos. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mudanças de sistemas de coordenadas;</li> <li>• Interpolação, extrapolação.</li> </ul>



	formais). Cálculo	
--	----------------------	--

Fonte: DUVAL, 2003, p.14

Para Duval (2003) o que caracteriza atividade matemática do ponto de vista cognitivo são as variedades de registros de representação semiótica (figuras geométricas, escritas algébricas, numéricas, gráficas, linguagem natural). Essas representações semióticas devem possibilitar o tratamento e a conversão

Assim sendo, de acordo com Duval (2009) as atividades cognitivas estão ligadas com a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e a compreensão de textos. Essas atividades requerem a utilização dos registros de representação semióticas.

Nessa ordem de idéia, para Duval (2003) um aluno aprende um conceito se ele for capaz de mobilizar ao menos dois registros e estabelecer uma distinção entre um objeto e sua representação. Para que um aluno compreende um objeto matemático, ele deve ser capaz de mobilizar vários registros. A respeito disso, Duval (2003) lamenta que o ensino de Matemática tenha priorizado um sentido único de conversão, fato que cria dificuldades na compreensão da matemática.

No ensino, um sentido de conversão é privilegiado, pela idéia de que o treinamento efetuado num sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido. Os exemplos propostos aos alunos são instintivamente escolhidos, evidentemente, nos casos de congruência. Infelizmente esses não são casos mais freqüentes (DUVAL, 2003, p.20).

De acordo com Duval (2009, p.11) para analisar atividade de resolução de problemas matemáticos a distinção entre as conversões e os tratamentos constitui uma ferramenta precisa e necessária.

De acordo com D'Amore (2005) a aprendizagem de um conceito remete a três situações:

cada conceito matemático possui referência a não-objeto, assim, a sua conceitualização não pode basear-se em significados que apóiam na realidade concreta; Cada conceito matemático necessita de representações, uma vez que não existem objetos para serem exibidos em seu lugar ou para evocá-lo, assim, a conceitualização deve necessariamente passar por registros representativo [...]; Em Matemática, fala-se mais em objetos matemáticos do que em conceitos matemáticos, uma vez que em matemática, preferencialmente, são estudados objetos a conceitos (D'AMORE, 2005, PP.48-49).

Paralelamente a isso, Duval (2009) salienta a relevância de se considerar dois argumentos para que um aluno possa compreender a matemática: distinguir um objeto

da sua representação. Assim, é o objeto representado que importa e não a sua representação dado que o mesmo pode ser representado de diferentes maneiras (p.14). Segundo o autor, a confusão entre objeto representado e a sua representação semiótica provoca no decorrer do tempo, uma perda de compreensão, pois, o aluno não consegue estabelecer conexão entre o objeto e sua representação. Outro aspecto é a existência de representações mentais, ou seja, todo o conjunto de imagens e de conceituações que um indivíduo pode ter sobre o objeto, sobre uma situação e sobre aquilo que lhe é associado.

Partindo das constatações embasadas nos autores mencionados, podemos afirmar que as dificuldades da aprendizagem da Matemática se deve a incapacidade de realizar as transferências de conhecimentos entre as dimensões dos números inteiros, diferenciação entre uma representação de um objeto e o próprio objeto, a fraca capacidade do aluno em mobilizar os diferentes registros de representação semiótica.

### **3. Metodologia**

A nossa pesquisa é caracterizada pelas seguintes ações: a primeira fase consiste em analisar as atividades propostas nos livros escolares à luz da teoria dos registros de representação semiótica (DUVAL, 2003), a segunda fase consiste na pré-implantação da intervenção, na qual faremos os preparativos com dois professores que irão aplicar a proposta e dois estudantes de graduação que irão nos ajudar a tomada de notas de aulas (35 aulas), episódios e o próprio investigador, totalizando quatro colaboradores, na terceira fase, aplicação da intervenção didática na sala de aulas e, finalmente, na última, análise e interpretação de dados.

Segundo Bortoni-Recardo (2008, p.49) ao observarmos as aulas dos professores pretendemos desvelar do que está dentro da "caixa preta" no dia-a-dia dos ambientes escolares, identificando os processos que são mobilizados durante a aula. Nesse processo tomaremos parte como observador passivo visto que não iremos intervir nos processos. A nossa preocupação reside na tomada de notas dos episódios da sala de aulas envolvendo professores e alunos, as negociações decorrentes, os tratamentos, as conversões bem como a própria dinâmica das aulas.

Segundo André( 1995, p.56) “os pesquisadores que adotam uma perspectiva qualitativa estão mais interessados em compreender as percepções individuais do mundo”. Portanto, estaremos mais preocupados com os processos do que o produto. A

nossa intervenção caracteriza-se como um estudo de caso visto que tomaremos em consideração o desenrolar de uma unidade didática como todo (PÁDUA, 1996, BIKLEN & BOGDAN, 1994, PONTE, 2006).

O nosso intuito é compreender como os professores e seus alunos utilizam e articulam os registros de representação semióticas em sala de aula. O foco nesse caso será análise dos diálogos entre professores e alunos, observando os registros por eles mobilizados, tendo em conta os tratamentos e as conversões (DUVAL, 2003).

### **Considerações finais**

A pesquisa que deu origem a esse artigo objetiva-se apresentar uma proposta didática para o ensino dos números inteiros agregando três aspectos: a teoria dos registros de representação semiótica, as tarefas em Matemática e as dimensões de conhecimentos dos números inteiros, portanto uma tríade, visando trazer alguma contribuição nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática no ensino moçambicano.

Nessa pesquisa esperamos que seja investigada as potencialidades das tarefas propostas nos livros escolares para a compreensão dos números negativos sob a ótica dos registros de representação semiótica, analisado o tipo de registros mobilizados pelos professores durante as aulas e finalmente seja efetivada uma intervenção didática inspirada num ciclo de ensino e de aprendizagem dos números inteiros.

### **Referências Bibliográficas**

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. Campinas: Papyrus, 1995.

ANDRÉ, M.E.D.A., LUDKE, M. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**, São Paulo: EPU, 1986.

BORTONI-RICARDO, Stella Maris. **O professor pesquisador: introdução à pesquisa qualitativa**. 1ª edi. 2ª reimpressão, São Paulo: Parábola Editorial, 2008.

BORBA, Rute Elizabete de souza Rosa. O ensino e a compreensão de números relativos. In Analúcia Schliemann e David Carraher(orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos: Ensino e pesquisa**, pp.121-151- Campinas, SP: Papyrus, 1998.

BRUNO, Alicia. La enseñanza de los números negativos: apotrtaciones de uma investigación. **Números Revista de didáctica de las Matemática**, nº 29, Marzo de 1997, págs.5-18.

CARRAHER, Terezinha Nunes. *Negative numbers without minus sign*. In. "Proceedings of the 14th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, July 15 – 20, Vol. III, México, 1990". Tradução de Adelino Evaristo Murimo, Universidade Pedagógica, Delegação da Beira, Moçambique, 2000.

CHARNAY, Roland. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas/** Cecicia Parra (org.).- Porto Alegre: Artes médicas, 1996.

D'AMORE, B. **Epistemologia e didáctica da matemática**. Trad. Maria Cristina Bonomi Barufi. Escrituras Editora: São Paulo, 2005. (Coleção Ensaios Transversais).

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S. A (Org.) **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papiros, 2003.

\_\_\_\_\_. **Semiósis e pensamento humano: Registro semiótico e aprendizagens intelectuais**(sémiosis et pensée humaine: registros Sémiotiques et apprentissages intellectuels) (fascículo I). tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa R. A. d Silveira- São Paulo: Editora Livraria da física, 2009.

MARÍ, José Luis González. **El campo conceptual de los números naturais relativos**. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, 1995.

PÁDUA, E.M.M. de **Metodologia da Pesquisa: abordagem teórico-prática**, Campinas, SP: Papirus, 1996.

PONTE, João Pedro. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), **o professor e o desenvolvimento curricular** (PP.11-34). Lisboa: APM, 2005.

SÁNCHEZ HUETE, Juan Carlos & FERNÁNDEZ BRAVO, José A. **O ensino da Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**: Tradução Ernani Rosa.-Porto alegre: Arned, 2006.