Trigonometria no Triângulo Retângulo: o aluno construindo o conhecimento

Luciano André Carvalho Reis[1]

GD3 - Educação Matemática no Ensino Médio

RESUMO

Considerando a dualidade entre a formação técnica e a propedêutica em que o Ensino Médio se encontra, este artigo tem por objetivo analisar uma prática de ensino de Trigonometria no triângulo retângulo. O estudo envolveu alunos do Curso Técnico Integrado de um *campus* do Instituto Federal do Estado de São Paulo. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, e os dados foram coletados através da observação das atividades em sala de aula e de gravação das falas dos alunos e do professor. Este trabalho pretende mostrar a importância de dar voz aos alunos, elencando os problemas de conceituação matemática que os mesmos trazem das etapas anteriores da sua escolarização e analisando o encaminhamento para a construção de um novo conhecimento através das discussões em sala de aula. Os resultados mostram que a criatividade e a desenvoltura apresentadas pelos alunos, quando instigados a manifestarem os conhecimentos adquiridos anteriormente são de fundamental importância para a construção de novos conhecimentos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino Médio. Trigonometria.

I - INTRODUÇÃO

Esse artigo é parte de uma pesquisa de doutorado, em desenvolvimento, na Universidade Cruzeiro do Sul, que pretende analisar as opiniões dos alunos sobre a forma como a "Trigonometria no triângulo retângulo" lhes foi apresentada. Tal pesquisa foi motivada pela minha prática educacional, nos vários anos de magistério com alunos das redes pública e privada, do Ensino Fundamental, do Ensino Médio, do Ensino Superior e dos cursos preparatórios para o vestibular.

Sempre tive como argumento principal para a educação, que os processos de ensino e aprendizagem deveriam fazer a interação entre o professor e o aluno, buscando a construção de um conhecimento embasado nas experiências adquiridas anteriormente e na troca entre ambos. Minha experiência me fez acreditar que, mesmo num ensino propedêutico, como é feito num curso preparatório para o vestibular, tal interação se faz possível.

[1] Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul – São Paulo/ SP.
email: luciandreis@uol.com.br

Em continuidade à dissertação de mestrado onde apresentei um “Estado da Arte” sobre o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, no doutorado, decidi me enveredar numa pesquisa que pretende investigar as atitudes dos alunos do Ensino Médio e dar voz aos mesmos. Considerando que a sociedade contemporânea está sujeita a constantes mudanças sociais, culturais e políticas e, o foco é formar cidadãos autônomos e participativos, capazes de interagir, modificar, pensar e (re) pensar, construir e (re)construir os valores e conhecimentos da qual ela (sociedade) necessita. Com isso, os processos de ensino e de aprendizagem deveriam deixar de ter um caráter de transmissão de conhecimento, para tornarem-se oportunidades de construção de conhecimento. Nesse contexto, os alunos constroem significados a partir de experiências e conhecimentos, adquiridos das múltiplas e complexas interações que trouxeram da família, dos grupos nos quais estão inseridos e das etapas anteriores de sua escolarização. Cada aluno deve, assim, ser sujeito do seu processo de aprendizagem e ao professor cabe, cada vez mais, o papel de mediador na interação dos alunos com os objetos de conhecimento.

Acredito então, que uma educação voltada para tais perspectivas necessita levar em conta: as múltiplas dimensões que um ser humano tem; o ritmo de aprendizagem de cada um; o processo do desenvolvimento humano; a construção e a reconstrução dos processos de aprendizagem e, além de outros, a perspectiva da totalidade em que o conhecimento deve ser abordado.

Diante disto, vejo a necessidade de aprofundar compreensões sobre as formas como o aluno do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio[2] constrói seu conhecimento, no ensino de Matemática, mais especificamente no conteúdo “Trigonometria no triângulo retângulo”.

Considerando que o Ensino Médio está situado entre dois outros níveis de ensino, o Fundamental e o Superior, parece que o mesmo carece de uma identidade própria, conforme argumentam Domingues et al (2000), “especialmente pelo caráter homogeneizador causado pelo vestibular, ou melhor, pelo processo seletivo para ingresso no ensino superior” (p. 68)

Para Saviani (1998), a escola média viu-se numa dualidade, “sendo vítima de um movimento pendular: ora concebida como ensino propedêutico, preparatório ao Ensino Superior, dando continuidade ao modelo que caracteriza o primeiro grau de ensino; ora pensada como ensino profissionalizante”. (p. 79)

[2] O curso técnico integrado ao Ensino Médio é oferecido a quem já concluiu o Ensino Fundamental. O curso garante tanto a formação geral do Ensino Médio quanto à técnica profissional

Realizei então, um levantamento no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)[3] , com o propósito de elencar as pesquisas de mestrado e doutorado que foram realizadas no período de 1987 a 2009, que tinham como foco de pesquisa "A Trigonometria no Ensino Médio" e descobrir, entre outros, que aspectos do ensino da Trigonometria foram privilegiados pela produção acadêmica nesses estudos. Tal levantamento encontrou 22 (vinte e duas) dissertações e 03 (três) teses e produziu um artigo onde, Reis & Allevato (2011) registram que "a Resolução de Problemas é a categoria com maior número de trabalhos, levando a crer que esta é uma das mais utilizadas formas de realizar o trabalho com Trigonometria no Ensino Médio". (p. 1).

Na seção II deste artigo, apresento minhas compreensões, construídas a partir das opiniões de outros pesquisadores, a respeito da construção do conhecimento pelo sujeito-aluno e do papel do professor, mediador deste processo.

Em seguida, apresento a metodologia da pesquisa e relato o caso de uma aula cujo objetivo era apresentar aos alunos a "Trigonometria no triângulo retângulo". A condução da aula é apresentada evidenciando a forma como os alunos trazem seus conhecimentos prévios e como o professor os incita e questiona sobre tais conhecimentos, buscando ajudá-los na construção de novos saberes. Finalmente, apresento reflexões sobre a aula destacando alguns aspectos que julgo relevantes; tais reflexões têm sido desenvolvidas em minha pesquisa ou nas de outros pesquisadores, alguns dos quais são citados na seção II. Sigo, então, com minhas considerações finais.

II – CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO: O PAPEL DE MEDIADOR DO PROFESSOR CONTEMPORÂNEO.

Estamos num mundo em que a construção do conhecimento não se concretiza apenas de forma vertical (de professor para aluno); ela se realiza, também, de forma circular, trazendo e levando informações desses sujeitos da educação. Nesse sentido, o educador contemporâneo, segundo Freire (2001), precisa ter

> [...] uma tarefa libertadora. Não é para encorajar os objetivos do educador e as aspirações e os sonhos a serem reproduzidos nos educandos, os alunos, mas para originar a possibilidade de que os estudantes se tornem donos de sua própria história. É assim que eu entendo a necessidade que os professores têm de

[3] CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) desempenha papel fundamental na expansão e consolidação da pós-graduação *stricto sensu* (mestrado e doutorado) em todos os estados da Federação. <http://www.capes.gov.br/sobre-a-capes/historia-e-missao> Acesso em: 20 jun. 2011

> transcender sua tarefa meramente instrutiva e assumir a postura ética de um educador que acredita verdadeiramente na autonomia total, liberdade e desenvolvimento daqueles que ele ou ela educa. (p. 78)

Foi-se o tempo em que o professor era o único detentor do conhecimento e o usava da forma como queria, pressionando, tolhendo e até anulando a criatividade do aluno, depositando "nos alunos apassivados a descrição do perfil dos conteúdos, em lugar de desafiá-los a apreender a substantividade dos mesmos, enquanto objetos gnosiológicos, somente como os aprendem." (FREIRE, 2003, p. 109)

É preciso (re) pensar o conceito de teoria pedagógica. Nesse sentido, concordo com as ideias de Eyng (2007) quando afirma que

> a ação docente implica a mobilização do tripé professor-aluno-conhecimento, sendo que este se organiza em função da visão de homem mundo na qual se apóia. Esses elementos se modificam em virtude do contexto sócio-histórico e geográfico originando uma teoria pedagógica. Cada teoria ou paradigma possibilitará a formação de um tipo de homem (aspecto antropológico) e um tipo de finalidade (aspecto teológico). (p.115)

Para Nóvoa (2000), "as ações dos professores são resultados, de uma mistura de ambições, de aspirações, de experiências, de casualidades, que foi firmando em gestos, hábitos, condutas com os quais eles se identificam como professores." (p. 11). A escola dos dias atuais parece desejar um professor que se apóie na idéia de que os efeitos da sua teoria pedagógica incitam o desenvolvimento do aluno, no sentido da emancipação tecnológica, política e social. É finda a educação que, para Freire (2002),

> [...] conduz os educandos à memorização mecânica do conteúdo narrado [...] os transforma em "vasilhas", em recipientes a serem "enchidos" pelo educador. Quanto mais vá "enchendo" os recipientes com seus "depósitos", tanto melhor educador será. Quanto mais se deixarem docilmente "encher", tanto melhores educandos serão. Desta forma, a educação se torna um ato de depositar, em que os educandos são os depositários e o educador o depositante (p. 58).

Assim, os processos de ensino e de aprendizagem parecem caminhar para um diálogo. É através desse que o professor possibilita, ao aluno, descobrir novos conceitos; desenvolver seu raciocínio e tomar posicionamentos. É no diálogo que se aflora, também, o conflito, ativando, assim, as discussões e a presença participativa dos alunos. Nesse aspecto, o professor precisa ter atitude de abertura, de aceitação do outro com sua subjetividade e suas diferenças, criando-se a unidade educador-educando, num processo de intercomunicação. Quando o educador tem respostas prontas, cala o aluno, elimina o diálogo e estabelece uma tal relação de poder entre eles, que pode bloquear a capacidade de pensar do aluno, ou mesmo, sua capacidade de ser.

Estabelecendo um elo entre o que o professor faz e como o aluno aprende, me apóio em Frant (2000) quando diz que “a estratégia de ensino do professor é do campo da didática e da pedagogia, enquanto a construção de conhecimento é do campo da ciência da cognição, da epistemologia. Uma influi na outra de modo complexo e não simplesmente como causa e efeito.” (p. 1)

O aluno é um ser dotado de experiências anteriores adquiridas em sua trajetória escolar, no convívio com a família e com os grupos sociais nos quais ele está inserido. Segundo os PCNEM (BRASIL,2000),

> todo conhecimento é socialmente comprometido e não há conhecimento que possa ser aprendido e recriado se não se parte das preocupações que as pessoas detêm. O distanciamento entre os conteúdos programáticos e a experiência dos alunos certamente responde pelo desinteresse e até mesmo pela deserção que constatamos em nossas escolas. [..] A aprendizagem significativa pressupõe a existência de um referencial que permita aos alunos identificar e se identificar com as questões propostas. Essa postura não implica permanecer apenas no nível de conhecimento que é dado pelo contexto mais imediato, nem muito menos pelo senso comum, mas visa a gerar a capacidade de compreender e intervir na realidade, numa perspectiva autônoma e desalienante.[..] toda aprendizagem significativa implica uma relação sujeito-objeto e que para que esta se concretize, é necessário oferecer as condições para que os dois pólos do processo interajam. (p. 22)

Quando o foco é a Matemática e, mais precisamente, a construção do conhecimento matemático, segundo Alevatto e Onuchic (2003),

> presenciamos um processo dinâmico, caracterizado por incontáveis momentos em que prevalecem resultados obtidos experimental e indutivamente. Quantos não são os casos, na História da Matemática, em que constatamos a construção de conhecimento a partir da busca pela solução de um problema específico? Muitos resultados matemáticos não teriam sido obtidos não fosse a persistência e criatividade de pessoas motivadas por uma dúvida, por um problema e pela ânsia de resolvê-lo.

Desse modo, segundo as autoras, o “aprender matemática através da Resolução de Problemas” é um dos caminhos possíveis para a construção, pelo aluno, do conhecimento. O aprender matemática se “desenvolve pela prática da crítica e da dúvida e move-se a partir de conhecimentos anteriores em busca de novos conhecimentos necessários à solução de novos, ou antigos, e não resolvidos problemas.” (p.37)

Ao se depararem com um problema ou uma situação-problema os alunos devem utilizar seus conhecimentos prévios, de modo a não se sentirem frustrados ou incapazes de resolvê-lo. Ao buscar novas alternativas, novos recursos e novos conhecimentos para obter a solução do problema, o conteúdo a ser assimilado ganhará significado e o aluno desejará aprendê-lo.

Entende-se, então, que os processos de ensino e de aprendizagem são fortemente condicionados pelo perfil e pela forma de atuar, tanto do professor como do aluno. O **professor** deve ser o provocador da construção individual e coletiva do conhecimento, questionando sistematicamente os alunos e, com isso, oportunizando-os ao questionamento construtivo. O perfil de transmissor, com respostas prontas e sem discussões, passa a ser substituído pelo perfil do mediador, que cria dúvidas, propõe problemas, faz perguntas e leva o estudante e pensar e sempre, argumentar. O **aluno**, por sua vez, deve assumir-se como corresponsável por sua formação. Antes de tudo, deve estar predisposto a aprender para, então, pôr em prática a busca pelo autoconhecimento, pelo desenvolvimento da autoestima, constituindo, assim, sua identidade e autonomia intelectual.

III – A OBSERVAÇÃO EM SALA DE AULA

O trabalho que apresento neste artigo é um "recorte" de uma investigação delineada nos marcos da pesquisa qualitativa que, segundo Lüdke e André (1986), tem o intuito de "promover o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico acumulado a respeito dele." (p. 9)

Foram observadas as atividades desenvolvidas em sala de aula, e, foram gravadas as vozes do professor e dos 35 (trinta e cinco) alunos da 1º série do Curso Técnico Integrado à Informática – CTII, num *campus* do Instituto Federal de São Paulo – IFSP. Os dados apresentados nesse artigo foram colhidos em uma dessas atividades, cabendo ao pesquisador a posição de observador não participante. O relato e as análises que apresento a seguir, oriundos de uma atividade que durou 135 minutos, ilustra como a interação professor-aluno-conhecimento se fez numa aula cujo objetivo era introduzir a "Trigonometria no triângulo retângulo".

III.1 - Uma revisitação aos conceitos da geometria plana euclidiana para introduzir os conceitos da Trigonometria no triângulo retângulo

A professora iniciou a aula escrevendo na lousa a palavra 'trigonometria' e pediu para que os alunos dessem um significado à palavra. De imediato eles tiveram algumas dúvidas, então ela dividiu a palavra em três partes e, assim, eles disseram que o significado era "medidas de triângulos".

Tri / gono / metria

Figura1- Dividindo a palavra Trigonometria em três partes.

Parece ter ficado claro que, com a divisão da palavra “Trigonometria” em três partes, como mostra a Figura 1, foi possível, aos alunos, buscar os conhecimentos adquiridos anteriormente e chegar ao seu significado.

Aproveitando que os alunos falaram sobre “triângulos”, a professora, igualmente, pediu que eles o definissem. Os alunos se entreolharam e disseram que sabiam desenhar mas, não sabiam, exatamente, como definir.

Nesse momento a professora se propôs a desenhar um triângulo e propôs que definissem, juntos. Perguntou, então, como deveria começar o desenho. Seguiu-se um diálogo:

Mimi[4] – Coloque a caneta na lousa e marque um ponto. Trace uma reta e pare num outro ponto; daí trace outra reta e pare num terceiro ponto. Agora ligue o terceiro ponto ao primeiro, e pronto!

Prof. – Bem, então tá! Estou marcando um ponto, vou denominá-lo ponto A, e agora do ponto A eu traço um segmento de reta até um outro ponto, o ponto B. A Mimi disse reta. Eu pergunto: é reta? semi-reta? segmento de reta?

Cacá – É segmento porque tem começo e fim. A reta é infinita para os dois lados!

Prof. – Ok! Então saio de A e traço um segmento até um ponto distinto B. Agora eu saio de B e traço outro segmento até um terceiro ponto (distinto) C.

A professora fez o seguinte traçado na lousa, e questionou:

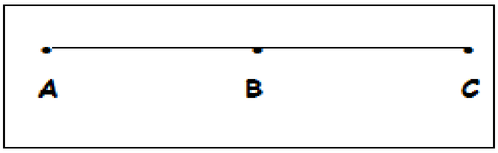


Figura 2 – Tentativa de construir um triângulo

Prof. – E agora?

Nini – Não, professora; o segundo segmento não pode ser a continuação do primeiro, senão não vai haver triângulo.

Prof. – Então tem alguma condição para os três pontos?

Cacá – Tem sim, professora. Os três pontos não podem estar na mesma linha!

Prof. – Então perfeito. Está feito o desenho e, portanto, definimos um triângulo.

Nesse momento a professora havia esboçado o seguinte desenho na lousa:

[4] Os nomes dos alunos apresentados nesse artigo são fictícios; Prof. se refere à fala da professora.

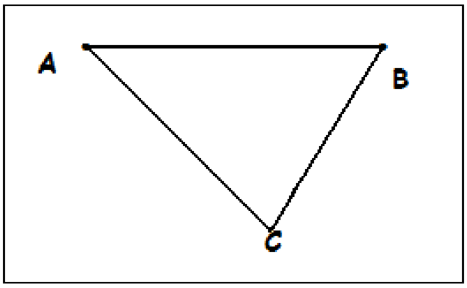


Figura 3 –Um triângulo

Embora tenha dito “definimos um triângulo”, a professora não o fez, em linguagem matemática, na lousa. O propósito de desenhar foi fielmente cumprido, mas a definição do mesmo, não.

A professora prosseguiu com novos questionamentos:

Prof. - E a soma dos ângulos internos de um triângulo, quanto vale? Como provar?

Os alunos começaram respondendo que a soma dos ângulos internos é 180º e Lili disse que a prova pode ser feita “cortando-se” os ângulos do triângulo e “colocando-se um ao lado do outro”. A professora fez o registro da Lili, na lousa:

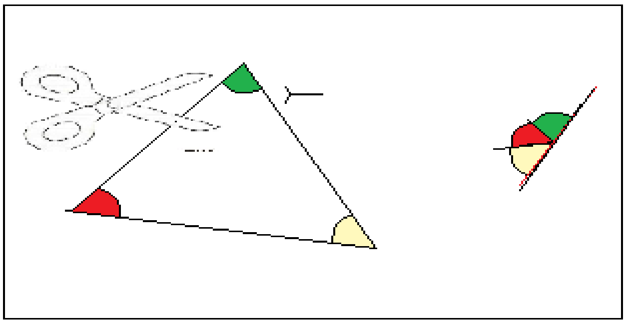


Figura 4 – A soma dos ângulos internos de um triângulo.

Prof. – Bom, agora que já sabemos o que é triângulo, vamos falar sobre os tipos de triângulos? Vou dividir a lousa em duas colunas: de um lado colocamos os nomes quantos aos ângulos, e do outro quanto aos lados, ok?

Mimi – Isósceles, Escaleno, Equilátero. Acutângulo, Obtusângulo e Retângulo

A aluna falou, imediatamente, os nomes e, então, a professora fez o registro na lousa:

Classificação dos triângulos,

quanto aos lados:	quanto aos ângulos:
- Equilátero	- Retângulo
- Isósceles	- Acutângulo
- Escaleno	- Obtusângulo

Figura 5 – Classificação dos triângulos

Diante do exposto na Figura 5, a professora fez vários novos questionamentos:

Prof. - O que é um triângulo retângulo? O que é um triângulo acutângulo? O que é um triângulo obtusângulo? Quando um triângulo é isósceles? Quando é eqüilátero? Quando é escaleno?

Os alunos disseram que o triângulo retângulo tem um ângulo reto e a professora perguntou sobre os outros dois. Disseram, então, que deveriam ser agudos, por conta da soma dos ângulos internos ser igual a 180º. Disseram que o triângulo acutângulo tem os três agudos e concluíram que o obtusângulo tem apenas um ângulo obtuso.

Ao colocar a classificação dos triângulos quanto aos lados e quantos aos ângulos, a professora o fez, na lousa, em forma de uma tabela com duas colunas verticais e disse aos alunos que não havia a possibilidade de um triângulo ter mais de uma classificação na mesma coluna daquela tabela. Tal posicionamento foi um equívoco da professora.

Com a intenção de ajudá-la a corrigir tal equívoco, sugeri que a professora lançasse a pergunta sobre as relações entre os triângulos isósceles e equilátero. Aceitando a sugestão, ela indagou se um triângulo equilátero poderia ser também isósceles e se a recíproca era verdadeira. Manifestou-se, então, entre os alunos, então, grande dúvida quanto a isso. Mimi falou que um triângulo é isósceles quando tem dois lados congruentes e um diferente dos outros (base), e que, portanto, um triângulo equilátero não podia ser isósceles e nem vice-versa.

É interessante como o conceito de "lados congruentes" foi expresso de maneira natural, simples e direta; nenhum momento eles usaram, erroneamente, a frase "lados iguais".

Fefe: Não, professora, não pode, pois a senhora disse que um triângulo não poderia ter duas classificações na mesma coluna.

Iaia: - Ah professora, tá muito confuso! Não sei mais nada!

De fato, a afirmação inicial da professora quanto a não haver a possibilidade de duas classificações no mesmo lado do quadro da Figura 5, trouxe um certo desconforto e gerou dúvidas na turma, refletidos nessa última fala de Iaia.

Diante das colocações dos alunos nesse momento da discussão, a professora não se posicionou, solicitando apenas aos alunos que fizessem uma pesquisa sobre tais tópicos e a trouxessem no próximo encontro. Ela aproveitou e pediu para pesquisarem, também, sobre o Incentro, o Baricentro, o Circuncentro e o Ortocentro. Fran, de imediato, manifestou-se relacionando o ortocentro com a altura.

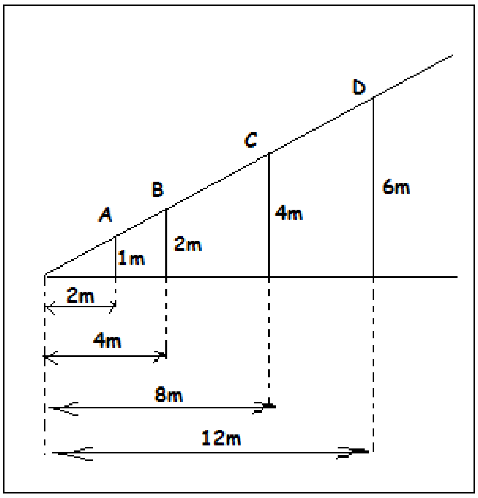
A professora deu início, então, a uma nova atividade e pediu então que os alunos fizessem a leitura da parte inicial do livro adotado, que discursava sobre a Trigonometria e suas aplicações (na Física, nas Artes, na Engenharia, etc.) Tal leitura foi feita pela própria professora, em voz alta, enquanto os alunos acompanhavam silenciosamente em seus livros.

Na leitura, chegou-se ao triângulo retângulo e então, a professora perguntou o que eles sabiam sobre o mesmo. A classe, de forma quase uníssona, falou do Teorema de Pitágoras.

Dando prosseguimento à leitura, o livro trouxe os primeiros conceitos da Trigonometria.

Apresento, a seguir, o primeiro exemplo do livro didático.

Numa rampa, foram tomados vários pontos A, B, C e D e deles, foram traçados segmentos perpendiculares à base da mesma, construindo-se, assim, vários triângulos retângulos.



ponto A: $\dfrac{\text{altura}}{\text{afastamento}} = \dfrac{1m}{2m} = \dfrac{1}{2}$ ponto C: $\dfrac{\text{altura}}{\text{afastamento}} = \dfrac{4m}{8m} = \dfrac{1}{2}$

ponto B: $\dfrac{\text{altura}}{\text{afastamento}} = \dfrac{2m}{4m} = \dfrac{1}{2}$ ponto D: $\dfrac{\text{altura}}{\text{afastamento}} = \dfrac{6m}{12m} = \dfrac{1}{2}$

Figura 6 – Uma rampa e as razões entre a altura e o afastamento para cada ponto.

Dandan: - Isso é o Teorema de Tales.

O livro trouxe o conceito “índice de subida” como a razão entre a altura e o afastamento. Didi ressaltou a relação entre ângulo, afastamento e percurso dizendo que o afastamento e o percurso tinham uma relação direta com o ângulo formado. Rara disse que a altura e o afastamento são proporcionais, respectivamente, ao afastamento e ao ângulo.

A professora questionou o que aconteceria com o afastamento se o ângulo fosse de 90º. Nini respondeu que o afastamento seria zero e que, portanto, tal razão não existira pois, não é possível dividir por zero.

Na posição de professor que ministra os conteúdos de Trigonometria há vários anos, fiquei surpreso com essa relação que Nini trouxe, entre a Álgebra e a Geometria. Em minha prática, não tenho presenciado esse tipo de manifestação por parte dos alunos. O ambiente “questionador” criado pela professora, pode ter propiciado esse tipo de reflexão e percepção por parte desse aluno.

Em seguida, a professora pediu que os alunos resolvessem alguns exercícios do livro. Os alunos imediatamente partiram para a resolução dos mesmos. Após a resolução, a verificação dos processos de resolução foi feita na lousa.

O livro, em seguida, definiu “índice de subida” como a “tangente de um ângulo”. Os conceitos de seno (altura/percurso) e cosseno (afastamento/percurso) vieram a seguir. A professora pediu que os alunos apresentassem, no próximo encontro, a resolução de outros exercícios do livro didático.

III.2 A reflexão sobre a aula

Nessa aula, a professora começou a discutir o assunto Trigonometria. Digo discutir pois, em momento algum ela remeteu aos alunos conceitos prontos. Em todo o percurso da aula, os alunos foram se posicionando, relatando o que trouxeram de outros anos escolares e construindo, em conjunto, um conhecimento.

Em alguns momentos da aula (explanação do que é um triângulo; soma dos ângulos internos; classificação de triângulos), a professora poderia ter aproveitado todo o engajamento da turma e ter construído com eles, ou apresentado, a definição formal, o que não o fez. A formalização dos conceitos matemáticos poderia deixar os alunos mais seguros e ser um momento propício para agregar aos conhecimentos anteriores, novos saberes, apropriar-se da linguagem matemática, construindo novos conhecimentos.

Confesso que fiquei surpreso quando da afirmação do aluno quando disse “professora, não dá pra dividir por zero” ressaltando o afastamento, quando o ângulo é de 90º. Penso que ao se dar voz aos alunos, a professora tornou possível encontrar posicionamentos interessantes e concisos. Ficou claro, nessa atividade observada, que o diálogo foi uma forma importante e eficaz para a construção do conhecimento, pelos alunos.

IV - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar, quero destacar que, sendo professor e pesquisador em Educação Matemática, busco, de forma constante, novas alternativas de ensino e fundamentação que me ajudem, efetivamente, a compreender as dificuldades e possibilidades do trabalho docente e do aprendizado discente.

Numa avaliação de caráter geral permito-me afirmar que os alunos envolveram-se ativamente nas discussões mediadas pelo professor. O diálogo se fez presente mostrando que a construção do conhecimento foi encaminhada. Algumas reflexões de caráter mais específico também são relevantes como a criatividade e os conhecimentos que os alunos demonstram nas respostas rápidas e espontâneas.

Este trabalho pretende oferecer, àqueles que compartilham comigo desta busca, uma sugestão: que os alunos sejam o foco principal dos processos de ensino e aprendizagem. Sua vivência e sua bagagem não devem ser subestimadas e esquecidas, pois é possível partir de seus conhecimentos prévios, para dar-lhes condições de construir um novo conhecimento.

Acreditando que quanto mais relacionarmos a pesquisa com as questões práticas do ensino e da aprendizagem mais caminharemos para uma educação crítica, consciente e cidadã, espero que esta pesquisa possa contribuir sobremaneira para uma reflexão sobre a aprendizagem da Matemática; que seja útil àqueles que se dedicam ao seu ensino.

V - REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **A resolução de problemas e o uso do computador na construção do conceito Taxa Média de Variação**. In: REVISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, São Paulo, n.8, p.37-42. 2003

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura / Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio** - Brasília, 2000. 148p. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf. > Acesso em: 08 jul. 2012

DOMINGUES, José Juiz et al. **A reforma do Ensino Médio: A nova formulação curricular e a realidade da escola pública.** Educ. Soc. vol.21 n.70 Campinas: Abr. 2000. Disponível em <www.scielo.br/pdf/es/v21n70/a05v2170.pdf > Acesso em: 20 jun. 2011

EYNG, Ana Maria **Currículo escolar**. Curitiba: IBEPEX, 2007.

FRANT, Janete Bolite. **Por Falar em Construtivismo, que tal Praticá-lo?** Disponível em <http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/educacao/0003.html> Acesso em: 08 jul. 2012

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2003.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia dos sonhos possíveis**. São Paulo: UNESP, 2001.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986. p. 9

NÓVOA, Antônio. Os professores e as histórias da sua vida. In: NÓVOA, Antonio (org). **Vidas de Professores**. Porto: Editora Porto, 2000. p. 11-30.

REIS, Luciano André Carvalho; ALLEVATO, Norma Sueli Gomes. **O Ensino da Trigonometria no Ensino Médio: um levantamento sobre a produção acadêmica no banco de teses da CAPES (1987-2009).** In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA. 1, 2011, Anais. São Paulo: SINPRO/SP, 2011. p.1-14

SAVIANI, Dermeval. **Perspectivas de expansão e qualidade para o ensino de 2° grau: repensando a relação trabalho-escola**. In. SEMINÁRIO ENSINO DE 2º- GRAU - PERSPECTIVAS. Anais. São Paulo: USP, Faculdade de Educação, 1988. p. 79-91.