

# Programação Linear no Ensino Básico

Tiago Vencato Martins<sup>1</sup>

Luisa Rodriguez Doering<sup>2</sup>

GD3

**Resumo:** repensar o currículo da escola básica deve ser uma preocupação dos docentes. Neste texto apresentamos uma proposta de dissertação em desenvolvimento no PPG em Ensino de Matemática – UFRGS. Acreditamos que o tema Programação Linear em duas variáveis possa ser incluído no currículo do Ensino Médio a fim de contextualizar o estudo de tópicos como sistemas de inequações – pretendemos investigar se essa inserção é viável. Apresentando a análise de três dissertações ligadas ao tema e constatamos que a abordagem de PL em trabalhos dessa natureza não tem sido constante. Acreditamos que a teoria das representações semióticas de Raymond Duval possa dar suporte ao estudo de Programação Linear na medida em que aponta que a articulação entre as diferentes formas de representação dos objetos matemáticos é imprescindível para a compreensão em matemática. Esperamos levar os estudantes a conjecturarem e elaborarem suas conclusões sobre os temas propostos com o auxílio de recurso computacional.

**Palavras-chave:** Programação linear. Ensino. Representações semióticas.

## Introdução

Neste texto apresentamos uma proposta de dissertação de mestrado para o PPG em Ensino de Matemática – UFRGS.

Na seção 1 apresentamos a proposta da dissertação, a linha de pesquisa do PPG Ensino de Matemática que seguimos e apresentamos algumas orientações dos documentos oficiais do Ministério da Educação que dão suporte às nossas ideias.

Na seção 2 apresentamos alguns aspectos da teoria que dará a base pedagógica à dissertação – as representações semióticas de Raymond Duval.

---

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul – tiagovencato@hotmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul – ldoering@mat.ufrgs.br

Na seção 3 apresentamos o resultado de buscas, em repositórios digitais, de dissertações que abordam o ensino de Programação Linear<sup>3</sup> de alguns programas de pós-graduação em ensino de Matemática.

Nas seções 4, 5 e 6 apresentamos uma análise das dissertações encontradas. Na seção 7 apresentamos um resumo das principais ideias da nossa proposta de sequência didática – produto da dissertação. Na seção 8 apresentamos algumas considerações finais. Finalizamos na seção 9 apresentando o referencial bibliográfico deste texto.

## **1. Sobre a proposta**

Repensar o currículo da escola básica deve ser uma preocupação constante do docente. Questionados, muitas vezes, sobre a validade dos conteúdos que ensinamos devemos buscar estratégias e sugerir alternativas para que nossos alunos encontrem nas aulas de Matemática, alguma relação com o cotidiano, alargando seu lastro de conhecimento.

A proposta de dissertação consiste no desenvolvimento de pesquisa/material didático, acompanhado de experimentação.

Seguimos a linha de pesquisa: “Ensino de tópicos específicos de Matemática e abordagens alternativas” descrita no site do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática - UFRGS como:

“Projetos que tratam das questões de ensino/aprendizagem de Matemática com o principal objetivo de ampliar e consolidar o conhecimento matemático do professor, à medida que ele participa da elaboração e experimentação de propostas de ensino e/ou recursos didáticos que priorizam a construção dos conceitos, a indagação e o questionamento constantes e a busca de relações entre conteúdos que em geral não são conectados”. (Brasil, 2012, p.1)

Encontramos subsídios para justificar o trabalho proposto nas orientações oficiais do Ministério da Educação, por exemplo:

“Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento.” (BRASIL, 2006, p. 111).

---

<sup>3</sup> Abreviaremos neste texto por PL

Ou ainda como competência: “Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas.” (BRASIL, 2006, p. 114).

Destacando os seguintes objetivos:

- Ler e interpretar dados ou informações apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas.
  - Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra; por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações.
  - Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas [...]”.
- (BRASIL, 2006, p. 114).

## **2. Sobre o referencial teórico pedagógico**

Como compreender as dificuldades encontradas pelos alunos em matemática? Qual a natureza destas dificuldades? Onde elas se encontram? Questões como estas são pertinentes ao levarmos em consideração a exigência de uma formação inicial mais sólida em matemática a fim de preparar os alunos para um mundo cada vez mais tecnológico e informatizado.

O objetivo primordial da matemática na formação inicial é contribuir para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. Duval (2003) destaca duas questões fundamentais para analisar os problemas da aprendizagem da matemática:

1. Quais sistemas cognitivos são necessários mobilizar para aceder aos objetos matemáticos e para efetuar as múltiplas transformações que constituem o tratamento matemático?
2. Esses sistemas cognitivos são os únicos a ser mobilizados por qualquer processo de conhecimento em outros domínios científicos ou são próprios da atividade matemática?

Elucidar essas duas questões é, para Duval (2003), ponto chave para procurar compreender as reais causas das dificuldades dos alunos e delimitar os problemas da aprendizagem da matemática em todos os níveis.

Segundo Duval (2003) a diferença entre a atividade cognitiva requerida pela matemática e aquela requerida pelos outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos, mas sim nas duas características seguintes:

A importância primordial das representações semióticas: se dá pelo fato de as possibilidades de tratamento matemático depender do sistema utilizado (exemplo: sistema de numeração decimal versus sistemas gregos ou romanos de numeração) e pelo fato de que os objetos matemáticos não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis (exemplo: o número)

A grande variedade de representações semióticas utilizadas na matemática: além dos sistemas de numeração, existem figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural. A compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas: os tratamentos e as conversões.

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, realizar um cálculo ficando num mesmo sistema de escrita ou de representação dos números, resolver uma equação ou um sistema de equações.

As conversões são transformações de representação que consistem em mudar de registro conservando o mesmo objeto denotado: passar da escrita algébrica de uma equação para sua representação gráfica.

Do ponto de vista matemático, a conversão intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais convenientes, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em outro registro. A conversão não tem nenhum papel intrínseco nos processos de matemática de justificação ou prova, pois eles se fazem em um registro determinado, necessariamente discursivo.

A conversão é tida erroneamente, como uma atividade lateral, prévia a atividade matemática. Mas do ponto de vista cognitivo é a conversão que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. A diversidade de registros de representações semióticas – característica importante da atividade matemática – raramente é levada em conta no

ensino. Para analisar as dificuldades em matemática, é preciso estudar prioritariamente a conversão das representações e não os tratamentos.

É preciso distinguir bem esses dois tipos de transformação das representações. Há motivos para este não diferenciamento: estima que a conversão seja uma forma particular de tratamento e que depende de uma compreensão conceitual (uma atividade puramente mental – assemiótica).

Há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto, a articulação desses diferentes registros é a condição para a compreensão matemática – as abordagens didáticas em geral não levam em conta esse fato.

### **3. Sobre dissertações ligadas ao tema PL**

Pesquisamos em doze bibliotecas digitais de dissertações de cursos de mestrados acadêmicos e profissionais em Educação Matemática em busca de trabalhos sobre PL. Realizamos a pesquisa na web entre 26 e 30 de dezembro de 2011.

Repositórios de cursos de mestrados pesquisados em que encontramos dissertações sobre PL:

- Mestrado Profissional em Educação Matemática – Unicamp – Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação – IMECC. *Estudos em Programação Linear* – Autor: Adão Nascimento dos Passos – Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Valéria Abrão de Podestá;
- Mestrado em Educação Matemática – PUC – SP – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia – FCE. *Sistema de inequações do 1º grau: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando registros de representações.* - Autor: Armando Traldi Júnior - Orientador: Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud;
- Mestrado em Educação / Matemática - Universidade Portucalense Infante D. Henrique - Departamento de Inovação, Ciência e Tecnologia. *A Programação Linear No Ensino Secundário* - Autora: Suzete Marisa de Almeida Paiva - Orientadora: Prof. Dra. Ana Ramires.

#### **4. Sobre a dissertação “Estudos em Programação Linear”**

Passos (2009) justifica seu trabalho escrevendo que em seu estado, o Maranhão, em particular em sua microrregião Imperatriz – polo universitário do interior – o assunto PL não despertou ainda o interesse devido. Dada a grande aplicabilidade do tema, o autor escreve sua dissertação para que ela sirva de apoio aos estudantes interessados e que atuam na sua região geográfica.

Passos (2009) faz referência a um artigo do professor Geraldo Ávila – intitulado *Limites e derivadas no ensino médio* – que sugere a abordagem de PL no ensino médio e não só nos cursos superiores; destaca também que como professores precisamos estar atentos para promover o intercâmbio entre os assuntos abordados em PL – equações, inequações, sistemas lineares e matrizes – argumenta que estes assuntos estão ao nível da educação básica, por isso PL pode ser abordada neste nível de ensino.

Apesar de concluir na direção de que PL pode ser abordada na educação básica, o autor da dissertação não aponta, em momento algum de seu texto, indicações de que tenha constatado tal fato no desenvolvimento do seu trabalho principalmente por que não há aplicação em sala de aula. Também não consta em seu texto embasamento teórico-pedagógico que dê suporte a tal ideia. No texto verifica-se um forte arsenal matemático, com demonstrações e exemplos. Esta dissertação – que em nosso entendimento se trata de uma revisão bibliográfica sobre PL – pode servir muito a contento a quem busca aprofundar seus conhecimentos sobre o tema.

#### **5. Sobre a dissertação “Sistema de inequações do 1º grau: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando registros de representações”**

Traldi Junior (2002) coloca dois objetivos para seu trabalho:

1. Observar se os alunos da terceira série do ensino médio, que já estudaram o conteúdo de sistemas de inequações do 1º grau, resolvem alguns problemas de PL;
2. Observar se, após a inserção, no processo de ensino aprendizagem de atividades que focalizem o tratamento, a conversão e a coordenação dos registros de

representação do objeto matemático sistema de inequação do 1º grau, o aluno terá condições mais favoráveis para apreensão deste objeto e aplicação de seus conhecimentos na resolução de problemas de PL.

Na dissertação o autor analisa os PCN, buscando observar quais os objetivos e processos metodológicos são indicados por este documento para o Ensino Médio. Faz um levantamento histórico sobre PL, fundamenta sua proposta com a teoria de registros de representação proposta por Duval, busca em artigos ou dissertações contribuições para a sequência didática e faz análise de livros didáticos.

O autor aplicou um teste-diagnóstico em uma turma de 3ª série do Ensino Médio a fim de observar quais as estratégias de resolução de problemas propostos e as dificuldades encontradas pelos alunos ao tentar resolvê-los.

Na elaboração da sequência didática utilizou atividades que permitissem observar as relações entre os alunos ao tratarem com um determinado objeto matemático, observando evoluções no tratamento de atividades da matemática.

Dividiu a turma em duas partes, alguns alunos participaram da sequência didática enquanto outros não. Após a aplicação de tal sequência o autor realizou um pós teste, no qual constatou que os alunos que tinham participado das aulas obtiveram melhor desempenho.

Parece-nos natural que os alunos da primeira turma, onde foi somente aplicado o pré-teste, não tenham obtido êxito na realização das atividades, uma vez que os alunos não tinham estudado problemas de otimização.

Igualmente é relevante considerar que os alunos da segunda turma, que participaram da sequência didática, tenham obtido mais sucesso na resolução de problemas de otimização, mas também destacamos que fez parte da sequência didática aulas sobre tais problemas.

Sobre o trabalho de Armando Traldi Júnior consideramos que está escrito e estruturado de forma clara e organizada, não apresenta embasamento matemático para o assunto PL, apresenta a discussão teoria à luz da teoria de Raymond Duval;

## **6. Sobre a dissertação “A Programação Linear No Ensino Secundário”**

Segundo Paiva (2008) PL é tema obrigatório das disciplinas de Matemática A do 11º ano e Matemática B do 12º ano do Ensino Secundário Português – Ensino Profissional.

De acordo com Paiva (2008), documentos do Ministério da Educação Português sugerem uma abordagem geométrica para a solução de problemas de máximo e de mínimo, sujeitas a um conjunto de restrições. Segundo a autora, os documentos indicam que o esse estudo pode motivar os alunos a aprenderem Matemática motivados por problemas reais nos quais a geometria é utilizada na indústria, economia, etc.

Paiva (2008) traz uma perspectiva de ensino de PL aliada à de utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), argumentado que as utilizações das TIC desenvolvem a curiosidade, requisito, segundo a autora, fundamental para o desenvolvimento do gosto pela aprendizagem. Também argumenta que a utilização das TIC desenvolvem capacidades que vão além das habilidades comuns de sala de aula (cálculo, compreensão de conceitos e relações matemáticas). Despertam no aluno a confiança, o espírito de tolerância e cooperação, permitindo que o aluno tenha um papel mais ativo na sala de aula, possibilitando a investigação e a formulação e teste de conjecturas próprias. Para a autora as TIC representam o apoio que o aluno necessita para desenvolver seu raciocínio e a sua forma de pensar matematicamente podendo construir generalizações concretizáveis no cotidiano.

Paiva (2008) sugere, para abordagem no ensino de PL no Ensino Secundário, a formulação, resolução e pós-otimização de problemas. Nesta resolução é enfatizado o uso da calculadora gráfica e do comando Solver do Microsoft Excel, na perspectiva de possibilitar a resolução de problemas mais complexos bem como a análise crítica dos resultados.

Segundo Paiva (2008), no nível de ensino considerado, a escolha dos problemas de PL deve ser cuidadosa e que envolva somente duas variáveis de decisão nas restrições e na função objetivo. A formulação deve ser encarada como a tradução matemática dos problemas expressos em linguagem corrente.

Ilustrando as etapas do processo de formulação e resolução dos problemas Paiva (2008) selecionou um conjunto de problemas extraídos de manuais escolares.

Paiva (2008) enuncia sem demonstração, o Teorema Fundamental da Programação Linear, que garante que, se a região é limitada, a função objetivo tem um máximo e um mínimo ocorrendo em pelo menos um vértice desta região. A autora



apresenta instruções de utilização do comando Solver do Microsoft Excel para resolução de problemas de PL.

O texto da autora é claro e objetivo. Paiva (2008), seguindo as orientações do Ministério da Educação de Portugal, sugere uma abordagem de PL que integre o uso de tecnologias digitais (calculadoras e computadores). A escolha dos problemas que ilustram seu trabalho é adequada, são práticos e ligados a áreas de interesse de cursos técnicos, de nível adequado podem permitir o entendimento aos alunos do ensino secundário (médio).

Contudo a dissertação não apresenta a testagem e os resultados de uma possível aplicação da metodologia descrita para uma abordagem de PL no ensino secundário nem as questões norteadoras de sua pesquisa.

A utilização do comando Solver do Microsoft Excel, como descrita por Paiva (2008), nos parece não facilitar o entendimento do conteúdo uma vez que a autora apresenta uma série de passos a serem seguidos na planilha eletrônica desconectados do método algébrico apresentado por ela.

Na conclusão da dissertação, Paiva (2008) apenas faz um resumo dos capítulos de seu trabalho sugerindo a inserção de um novo módulo sobre PL no 12<sup>a</sup> ano do currículo português.

## **7. Sobre a sequência didática proposta**

A sequência didática proposta para a dissertação será aplicada na modalidade de projeto de ensino realizada junto ao Centro de Ensino Médio Pastos Dohms – Unidade Camaquã. Serão propostas 20 horas aulas em 10 encontros que abordarão PL, oferecidas aos alunos do ensino médio que serão convidados à participação no projeto.

Iniciamos propondo problemas de PL de fácil entendimento e que de certa forma despertem a atenção dos alunos. Esses problemas são passíveis de resolução através de tentativas, os alunos discutirão os problemas livremente em um primeiro momento.

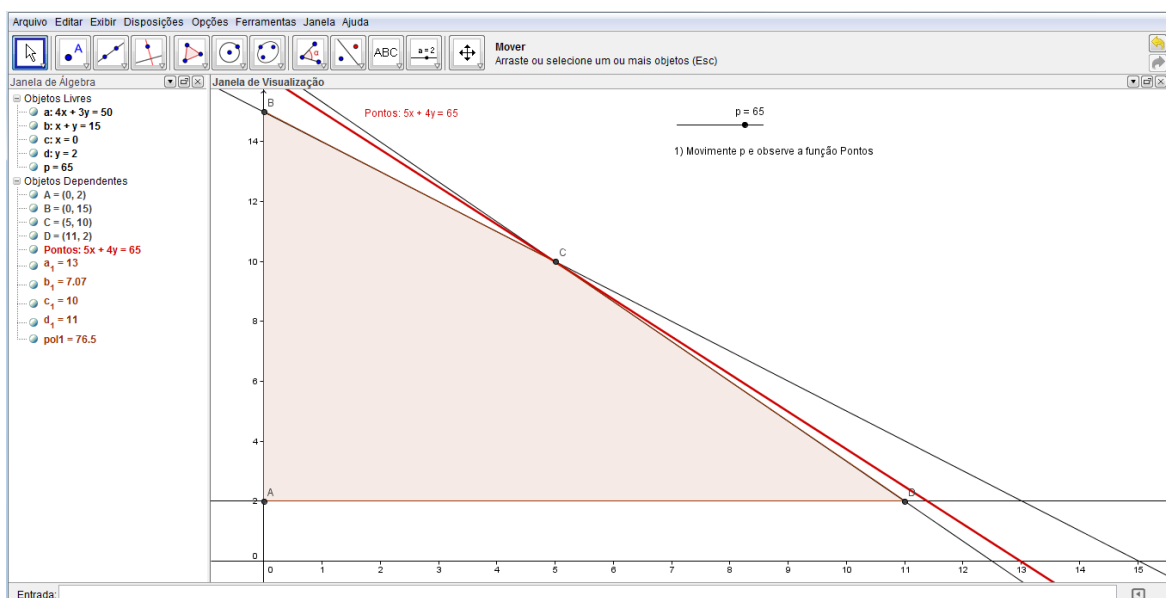
As discussões sobre a forma de resolução devem ocorrer em grupos e o professor não intervirá nesse nesta etapa e em seguida sugerir a organização dos dados em tabelas. Serão feitos questionamentos de modo a levar os alunos a concluir que a organização dos

dados em tabelas só foi possível pelas características do problema – fácil resolução e quantidade limitada de dados – e que para atacar questões mais abrangentes é necessário estudar um método mais apropriado de resolução (motivação para este estudo).

Na fase seguinte das aulas os alunos deverão equacionar matematicamente os problemas surgindo assim o uso de equações e inequações – gerando a necessidade de revisão de conteúdos estudados.

Escolhemos revisar os tópicos mais importantes dos assuntos a serem revisados – função do primeiro grau, equação geral versus equação reduzida da reta, resolução de sistemas de equações, regiões no plano determinadas por desigualdades, famílias de retas, esboço de gráficos – usando básica e unicamente os dados, equações e inequações dos problemas de PL propostos no decorrer das aulas.

Após os alunos terem trabalhado esboçando esses gráficos e regiões passarão a utilizar o aplicativo GeoGebra – acelerando o esboço dos gráficos – e facilitando a compreensão intuitiva do principal resultado do conteúdo de PL, ou seja, a solução ótima em um problema encontra-se em pelo menos um dos vértices da região admissível. Para tal utilizarão o recurso “Controle deslizante” que permitirá variação do coeficiente linear da função que se pretende maximizar/minimizar, ilustrado na figura 1.



**Figura 1 - a variação de p deslocará a função pontos que atinge o máximo no vértice C da região admissível**

## 8. Considerações finais

Objetivamos elaborar uma sequência didática utilizando problemas atrativos, que despertem o interesse e curiosidade dos alunos. A revisão da teoria será desenvolvida exclusivamente usando problemas de PL propostos, evitando exercícios enfadonhos e sem sentido prático. Acreditamos que assim a proposta será bem recebida pelos alunos.

Nosso trabalho propõe incentivar os alunos a elaborarem conjecturas e conclusões sobre os conteúdos estudados, respeitando seus ritmos e ideias. O uso do recurso computacional se dará de forma consciente, ou seja, usado como instrumento facilitador para que o aluno possa gerar conclusões (principalmente com o uso dinâmico).

Esperamos que este texto que apresenta nossa proposta possa gerar discussões e enriquecer a dissertação em que estamos trabalhando.

## 9. Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Mec, 2006.

BRASIL. Ppg Ensino de Matemática - UFRGS. (Org.). **Linhas de Pesquisa**. Disponível em: <<http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem/>>. Acesso em: 27 ago. 2012.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em matemática**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

PAIVA, Suzete Marisa de Almeida. **A programação linear no ensino secundário**. 2008. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Portucalense Infante D. Henrique, Lisboa, 2008. Disponível em: <<http://repositorio.uportu.pt/dspace/bitstream/123456789/62/1/TMMAT%20101.pdf>>. Acesso em: 15 dez. 2011.

PASSOS, Adão Nascimento Dos. **Estudos em Programação Linear**. 2009. 169 f. Dissertação (Mestre) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009. Disponível em: <<http://cutter.unicamp.br/document/?code=000470278>>. Acesso em: 29 dez. 2011.

TRALDI JÚNIOR, Armando. **Sistema de Inequação do 1º grau: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representações**. 2002. 112 f. Dissertação (Mestre em Educação Matemática) - Puc-sp, São Paulo, 2002. Disponível em: <<http://www.pucsp.br/pos/edmat/>>. Acesso em: 26 dez. 2011.