

Matemática e Informática como Jogos de Linguagem na Aprendizagem de Função Quadrática

Luciano Augusto da Silva Melo¹

Marisa Rosâni Abreu da Silveira²

GD6 – Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação à Distância

Resumo

Este artigo tem por objetivo, apresentar uma análise sobre o uso de recursos computacionais na aprendizagem de função quadrática a partir da inserção do *software* GeoGebra em atividades de matemática do ensino médio. O referencial teórico deste trabalho é composto de dois enfoques: o uso de tecnologias da inteligência na disseminação do conhecimento atribuídas a Pierre Lévy (2010) e as exemplificações do filósofo Ludwig Wittgenstein (2009) acerca dos jogos de linguagem. No que concerne à Educação Matemática e tecnologias informáticas no âmbito escolar contemplam esta discussão contribuições de (BORBA; PENTEADO, 2001) e Penteado (2005) entre outros. A metodologia da pesquisa se deu em torno da realização de um minicurso subsidiada por instrumentos investigativos, cujos recortes, indicaram dentre os resultados obtidos que: subsistem dificuldades relacionadas à aprendizagem no que tange à forma algébrico-gráfica da função, cujo tratamento estático do objeto matemático implica em pouco ou nenhum significado para os alunos em termos de conhecimento; ao fazer uso adequado de ferramentas dinâmicas na aprendizagem, aspectos implícitos da linguagem matemática ganham sentido ao lidar com estes conceitos em sala de aula.

Palavras-Chave: Matemática. Informática. Jogos de Linguagem. Aprendizagem. Função Quadrática

¹ Discente do IEMCI/PPGECM-UFPA/luciano.melo10@gmail.com

² Professora Adjunta do IEMCI/PPGECM-UFPA/marisabreu@ufpa.br

Introdução

O uso ou manipulação de conceitos e definições da matemática não se mostram traduzíveis diretamente por meio de palavras como uma fotografia do pensamento que se materializa naturalmente como objeto do cotidiano. No contexto da escola, os professores possuem competências para isso, pois sua formação os habilita para este fim, já para os alunos dominar conhecimentos e técnicas desta natureza é bem mais difícil. Da mesma forma, pessoas que não lidam diretamente com a matemática sentem de alguma forma dificuldades em compreender enunciados que fazem uso da linguagem matemática.

A afirmativa do contexto acima pode ser verificada ao solicitar que os alunos construam o gráfico da função $f(x) = x^2 + 5x + 6$ onde $(a, b, c) \in R, a \neq 0$. Esta atividade, no entanto, exige certo nível de informação para ser executada corretamente. No estudo das funções quadráticas é comum ouvirmos o professor afirmar em sala de aula que o coeficiente (**a**) é responsável pela concavidade da parábola, assim como o parâmetro (**c**) corta o eixo das ordenadas. Mas, os parâmetros da função quadrática revelam somente estes aspectos? Que relação há entre a equação do 2º grau e a função quadrática? O que significa para o aluno calcular $f(2)$ nesta função?

Construções de gráficos e soluções envolvendo definições acerca deste objeto matemático suscitam relações mais detalhadas, que nem sempre são perceptíveis por meio dos recursos disponíveis no ambiente tradicional de sala de aula como o quadro e os livros didáticos, por exemplo.

A linguagem em suas distintas formas de representação está sujeita a variações de sintaxe e semântica, pois, conceitos da matemática discutidos em sala de aula pelos professores, na maioria das vezes não fazem sentido para os alunos. Isto pode ser corroborado por Silveira (2008) ao explicar que os signos adquirem significados na matemática internamente e que esta segue regras como uma gramática, não deixando escolhas em aberto.

Para fundamentar este estudo foram reunidos argumentos e contribuições teóricas de Pierre Lévy (2010) sobre as tecnologias da inteligência bem como as discussões do filósofo Ludwig Wittgenstein (2009) sobre jogos de linguagem. Neste sentido, foram desenvolvidas no decorrer da pesquisa, análises sobre os usos de tecnologias informáticas na sala de aula a partir do uso do *software* GeoGebra.

Lévy (2010) comenta que mesmo com todo o aparato dos computadores, é difícil adequá-los à escola devido à trajetória milenar de transmissão do conhecimento através da oralidade (discurso) dos professores. Adotar, portanto, novas posturas diante deste tipo de tecnologia leva tempo e nem sempre é possível devido à realidade educacional do país quanto à aquisição destes equipamentos pelas escolas, professores e alunos.

De acordo com Wittgenstein (2009) a linguagem não está unicamente atrelada a registros de representação por imagens, ou seja, a linguagem não pode ser reduzida a conceitos. Há, portanto, outros fatores como: a língua materna, o emprego da palavra, enunciados de expressões em diferentes contextos. Para ele, a linguagem não está amarrada a aspectos referenciais.

Há no decorrer da pesquisa elementos analíticos provenientes da coleta de informações juntos aos sujeitos investigados, capazes de caracterizar a matemática e a informática como jogos de linguagem. E ainda, apontar para aspectos relevantes sobre a inserção de tecnologias informáticas como ferramentas de aprendizagem na sala de aula.

Tecnologias Informáticas e Matemática

As tecnologias da inteligência para Lévy (2010) assumem condições de pólos do conhecimento humano em três tempos ou dimensões: **a oralidade; a escrita e a informática;** o que não reduz a inventividade, a criatividade e o conhecimento humano somente ao universo tecnológico. A escrita é para este autor um avanço em relação à oralidade que surgiu da mutação das civilizações contemporâneas, o que faz com que esta forma de comunicação seja considerada uma **inteligência intelectual**.

Apresentar, portanto, aos alunos outras tecnologias que vão além da sala de aula e das informações contidas em livros, propicia e estimula a busca por novos conhecimentos. Utilizar neste sentido, recursos computacionais como ferramentas de aprendizagem em matemática, intenciona aqui dar sentido aos conceitos estudados pelos alunos no contexto da sala de aula.

Sobre tecnologias informáticas e contexto da sala de aula, Borba, Malheiros e Zulatto (2008, p. 87) afirmam,

O lápis e o papel moldam a maneira como numa demonstração em matemática é feita; a oralidade realiza processo análogo quando uma ideia é amadurecida; e um software gráfico, uma planilha eletrônica qualquer que gera tabelas e gráficos, pode transformar o modo como um determinado assunto, ou como um tópico específico, no contexto da Matemática, por exemplo, é abordado.

Para Lévy (2010) não há essência em tratar a informática e os computadores como máquinas que se põe a serviço da técnica de forma estática, existe, portanto, um universo aberto para novas tecnologias da inteligência com possibilidades indeterminadas.

Para Borba e Penteadó (2001) a utilização de mídias informáticas associadas a atividades pedagógicas que envolvem o ensino e aprendizagem da matemática, permite que se discuta a natureza da transformação ocorrida em um gráfico, por exemplo, ao manipular seus coeficientes.

A figura a seguir sugere este tipo de mudança e foi gerada no computador com auxílio das ferramentas do GeoGebra a partir funções: $h(x) = 1/2x^2$; $f(x) = x^2$ e $g(x) = 2x^2$. Os recursos computacionais ampliaram o ato ostensivo e estático de lidar gráficos em sala de aula, isto é, os gráficos ganham efeitos dinâmicos ao passar da simples visualização para movimentos e animações com auxílio do software.

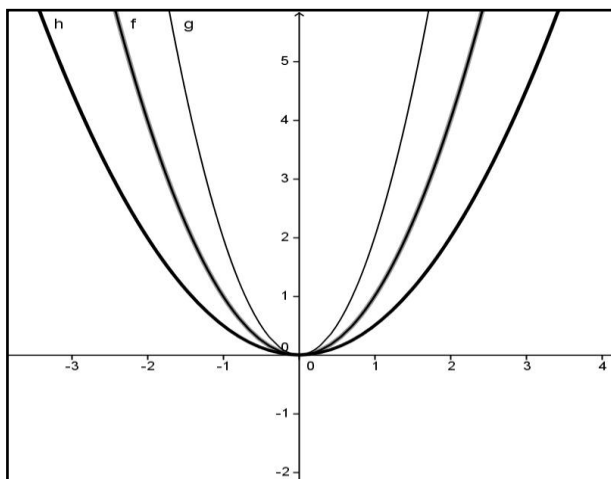


Figura 1 - Funções Quadráticas-GeoGebra versão 4-0-35-0

Sobre informática na educação matemática, destacam-se (BORBA; PENTEADO, 2001; PENTEADO, 2005) e ainda, sobre softwares e funções quadráticas (BENEDETTI, 2003; MAIA, 2007; PINTO, 2009; SANTOS, 2009; MPAKA, 2010).

As tecnologias informáticas estão, portanto, a serviço das atividades docentes e como tal ampliam a técnica, dispõe de recursos cada vez mais avançados para adequar-se ao ambiente educacional e aos arranjos da contemporaneidade. Este pensamento é corroborado por Penteadó (2005, p.284) ao dizer que:

O movimento, a velocidade, o ritmo acelerado com que a informática imprime novos arranjos na vida fora da escola caminham para a escola, ajustando e transformando esse cenário e exigindo uma revisão dos sistemas de hierarquias e prioridades tradicionalmente estabelecidos na profissão docente.

Neste sentido, é possível afirmar que o computador/software é um dispositivo tecnológico múltiplo. Para o professor é ferramenta de ensino e para o aluno ferramenta de aprendizagem. Tais ferramentas mobilizam entre outros, novos construtos e atitudes educacionais não passivas, pois, literalmente há envolvimento com o fazer matemática.

Sobre Linguagem e Matemática

Para Wittgenstein (2009) os aforismos presentes nas *Investigações Filosóficas (1953)* procuram descartar a ideia de que precisamos nos agarrar sempre, a algo referencial para expressar nossa linguagem³. Assim, alguns de seus comentários e exemplificações são trazidos a esta discussão, no intuito de permitir relações e entrelaces acerca da aprendizagem no contexto da matemática escolar.

Wittgenstein (2009, p. 113) explicita “compreender uma frase, significa compreender uma língua compreender uma língua significa dominar uma técnica”.

O domínio da regra e da técnica não é constante na vivência do aluno como é para o professor. Por vezes, ao estudar matemática o aluno se vê diante de fórmulas e regras a serem memorizadas. Porém, tais regras não lhe parecem apropriadas para seguir adiante, e logo são abandonadas. No entanto, estudar matemática requer o uso adequado de regras e, não seguir este jogo de linguagem, fere por vezes, sua natureza acadêmico-científica.

Wittgenstein (2009, IF § 7) chama de “**jogo de linguagem** também a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada”. Ou seja, para entender o que o autor quis dizer, veja expressões sobre estes jogos,

Ordenar e agir segundo ordens; descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas...; levantar uma hipótese e examiná-la...; apresentar resultados expressos de um experimento por meio de tabelas e diagramas...; resolver uma tarefa de cálculo aplicado (WITTGENSTEIN, 2009, § 23).

Imaginemos que ajam de acordo com estes exemplos, inúmeros jogos de linguagem no processo ensino e aprendizagem da matemática.

Observar um gráfico, por exemplo, e reconhecer neste uma função quadrática exige o conhecimento de conceitos e regras da matemática em atividades como esta. Surgem, então, obstáculos a serem superados pelos alunos como evidencia o excerto abaixo.

³ Wittgenstein (1889-1951) discutiu problemas da linguagem ordinária, cujos aspectos semânticos foram evidenciados cotidianamente e não especificamente sobre linguagem matemática. IF§ neste texto indicam aforismos extraídos das *Investigações Filosóficas*.

A dificuldade de ler e escrever em linguagem matemática, onde aparece uma abundância de símbolos, impede muitas pessoas de compreenderem o conteúdo do que está escrito, de dizerem o que sabem de matemática e, pior ainda, de fazerem matemática (CARRASCO, 2001 apud FONSECA; CARDOSO, 2009, p. 65).

Wittgenstein (2009) acena também para diferentes formas de ver, cujas habilidades estão relacionadas à certas vivências. Ao contemplar um objeto não é preciso pensar nele, mas, ter vivência visual. Esta forma de ver, está além da primeira impressão simples, para Wittgenstein é possível **ver como**. Neste sentido, o ver como não pertence à percepção, é um **ver de novo**.

Na figura abaixo é possível ver como o gráfico muda, ao movimentar os (seletores) do GeoGebra associados aos parâmetros (**a**, **b** e **c**) da função quadrática. A interatividade permite, portanto, que novos jogos de linguagem sejam estabelecidos pela informática. O ver como, portanto, dá sentido aos conceitos matemáticos estudados.

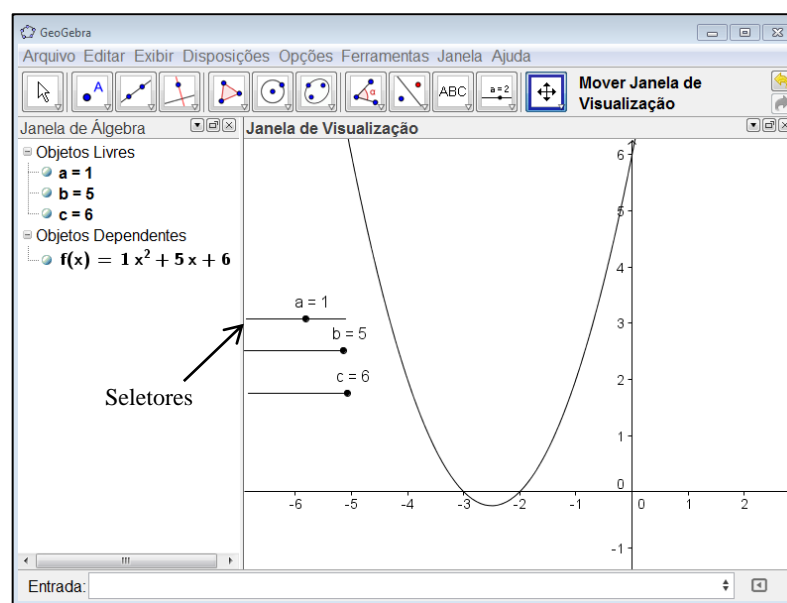


Figura 2 – Função quadrática-GeoGebra versão 4-0-35-0

No início deste texto, há referência à função que gerou o gráfico da figura 2. Os conceitos algébricos atribuídos aos parâmetros (**a**, **b** e **c**) revelam visualmente de modo dinâmico, **também**, aspectos geométricos da função agora elucidados no GeoGebra⁴. Wittgenstein (2009) afirma o significado se dá no uso.

⁴ Vale ressaltar que nesta pesquisa não foram capturadas telas das atividades com os alunos. A imagem acima é apenas um exemplo. O objetivo não é simplesmente construir os gráficos e sim dar sentido aos conceitos da função quadrática usando os recursos visuais e animações do software.

A pesquisa, instrumentos e análises

O presente estudo foi delineado com a intenção de responder a seguinte pergunta de pesquisa: O uso do GeoGebra como ferramenta de aprendizagem favorece a compreensão de conceitos matemáticos em sala de aula e revela aspectos implícitos na forma algébrico-gráfica da função quadrática?

Para responder a esta indagação, foi levantada a seguinte hipótese: Certas dificuldades enfrentadas pelos alunos na compreensão da linguagem matemática podem ser atenuadas com a inserção adequada de tecnologias informáticas na aprendizagem da matemática escolar.

Com base na pergunta de pesquisa e na hipótese anunciada foi estabelecido como objetivo geral do trabalho: investigar como se dá a aprendizagem de função quadrática por meio de recursos computacionais a partir do uso do GeoGebra na sala de aula. Os referenciais teóricos adotados compõem o estudo acerca do objeto matemático e da metodologia da pesquisa.

O estudo foi realizado em uma escola pública com 11 alunos do 1º ano do ensino médio, por meio de duas intervenções didáticas: ministrar aulas em complementaridade do conteúdo de função quadrática para os alunos (4 horas-aula) e oferecer aos alunos um minicurso sobre o GeoGebra com duração de (10 horas-aula). Foram elaborados três instrumentos de pesquisa (questionários) com 10 perguntas cada, aplicados em blocos de 3 a 4 quatro questões em momentos distintos no decorrer das atividades.

Somente quatro questões de pesquisa serão contempladas neste texto, em função da importância e relevância acerca dos resultados obtidos.

- Na questão 1, bloco único sobre o uso do GeoGebra foi perguntado aos alunos:

<p>1. Explique o que representou para você estudar matemática tendo recursos computacionais como ferramenta de aprendizagem?</p> <p>Representou uma grande oportunidade de entender melhor a matemática, os recursos computacionais facilitou meu aprendizado com gráficos.</p>
<p>1. Explique o que representou para você estudar matemática tendo recursos computacionais como ferramenta de aprendizagem?</p> <p>Ótima, pois com estes recursos, obtive entendimento de como funciona a função quadrática, o que antes me era muito difícil em gráficos.</p>

Quadro 1 - Questão sobre o GeoGebra
Fonte: Instrumentos de pesquisa 2012

Os alunos responderam que: o uso dos computadores foi de bom a ótimo em termos de aprendizagem, por se tratar de algo que difere do que é feito normalmente em sala de aula pelos professores. Algumas expressões como: vantagem; facilidade; importante; conhecimento a mais; grande oportunidade de aprender... foram ditas pelos alunos durante o minicurso, isto contempla a ideia de que estes recursos auxiliam na compreensão dos conteúdos da matemática, desde que sejam disponibilizados para uso.

Lévy (2010, p. 81) afirma que a interatividade “em geral ressalta a participação ativa do beneficiário” em uma troca de informação. Isto significa que o uso do computador em atividades com matemática, por exemplo, oportuniza outras formas de aprendizagem.

- A questão 9 do bloco III, diz o seguinte:

<p>9. Por que você determina ou "encontra" as raízes de uma função quadrática (função do 2º grau). Explique.</p> <p><i>eu não sei, sou obrigada a tentar aprender matemática para passar de ano. E mesmo assim não aprendo muito. Contas não são o meu forte.</i></p> <p>9. Por que você determina ou "encontra" as raízes de uma função quadrática (função do 2º grau). Explique.</p> <p><i>As raízes são importantes para fazermos o gráfico. As raízes nos mostram onde fazermos o gráfico no eixo X.</i></p>
--

Quadro 2- Sobre as raízes da função quadrática
Fonte: Instrumentos de pesquisa 2012

Na 1ª resposta o aluno claramente não sabia do que se trata ou não entendeu a pergunta, por isso desviou do assunto. Na 2ª resposta, surge em parte o que se esperava ouvir, o que indica maior compreensão sobre os conceitos estudados.

Pelas respostas pode-se dizer que os alunos seguem regras ainda que estas possam ter significados diferentes para eles. O primeiro segue a regra pois se não o fizer será penalizado. Já o segundo segue a regra como lhe foi explicado, segue, portanto, regras da matemática. A linguagem se imbrica de formas diferentes nestes dois casos.

Wittgenstein (2009, IF § 219) explica “minha descrição só teve sentido quando foi para ser entendida simbolicamente, - É o que me parece-deveria eu dizer. Se sigo a regra, não escolho. Sigo a regra cegamente”. Isto pode ser compreendido da seguinte forma, quando o aluno segue a regra, domina a técnica e sabe o significado do que está fazendo, por isso, segue a regra cegamente.

- Na atividade 3, do bloco I foi pedido: **construa o gráfico da função $f(x)=x^2+5x+6$** . Esta pergunta foi concebida para identificar se, ao seguir regras leva à compreensão correta entre os aspectos: forma algébrica e forma gráfica

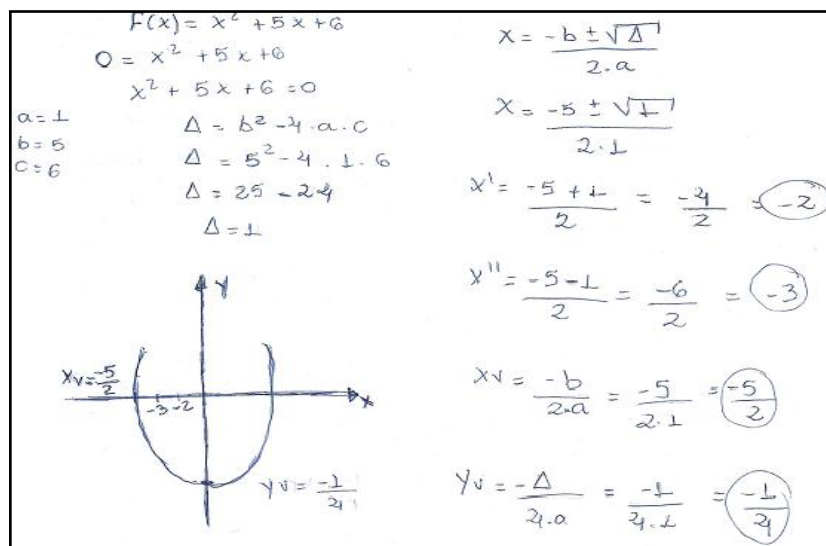


Figura 3 - Cálculos e gráfico da função quadrática
Fonte: Instrumentos de pesquisa 2012

Na figura, identifica-se que os passos (regras) foram seguidos corretamente quanto ao cálculo, no entanto, percebe-se que apesar de ter localizado as raízes no eixo das abscissas, o aluno traçou o gráfico de modo indevido. A relação entre a forma algébrica da função e a construção do gráfico foi parcialmente estabelecida.

Neste sentido, Wittgenstein (2009) salienta que certos aspectos são perceptíveis e outros não, o que faz com que se tornem compreensíveis e adquiram vida **é o uso**. Assim, para que ocorra a aprendizagem, os jogos de linguagem da matemática que relacionam formas simbólicas e gráficas como nas funções quadráticas, por exemplo, precisam ter algum sentido para os alunos.

Silveira (2008, p. 96) explica,

A regra é um acordo que prevê o desacordo. Como a linguagem interior é uma versão da linguagem pública, o problema do acordo e do desacordo entre o sujeito e a regra não se encontra na linguagem e sim em sua compreensão.

- Ao sugerir na questão 1 do bloco III que os alunos alterassem o coeficiente (**a**) da função quadrática na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, a resposta aparece no quadro a seguir:

ATIVIDADE 1:

Construa o gráfico da função $f(x) = ax^2 - bx + c$, alterando apenas o valor de "a" entre números positivos e negativos. Escolha e mantenha valores para "b" e "c". O que acontece ao gráfico quando você muda os valores de "a"? Explique.

A parábola muda, quando colocamos "a" positivo, a parábola fica no eixo positivo do "x" e negativo do "y", fica com a concavidade para baixo. E como "a" negativo os vértices ficam no eixo positivo e negativo do "x", e negativo do "y", e ficam com a concavidade para cima.

Construa o gráfico da função $f(x) = ax^2 - bx + c$, alterando apenas o valor de "a" entre números positivos e negativos. Escolha e mantenha valores para "b" e "c". O que acontece ao gráfico quando você muda os valores de "a"? Explique.

a função altera a abertura dos ramos da parábola (aberto e fechado) possuindo pontos mínimo ou máximo!

Quadro 3 - Significado do parâmetro (a) na função
Fonte: Instrumentos de pesquisa 2012

Percebemos que os alunos a seu modo conseguem ver ou (dizer) com clareza o que significa alterar os valores do parâmetro (**a**) da função. Eles chegaram à conclusão de que este parâmetro é também responsável pela abertura e fechamento dos ramos da parábola. O aspecto **ver como** de Wittgenstein, ou seja, ver de novo, foi revelado aos alunos devido aos movimentos interativos executados com auxílio do GeoGebra. Nos livros, este aspecto é apenas figurativo, logo, não possui o mesmo significado.

Lévy (2010a) reforça a ideia do uso de (computadores) em ambientes interativos dizendo que é possível visualizar em tempo real o que ocorre atuando sobre as variáveis de um modelo digital por uma simulação gráfica. O autor deixa a entender deste modo, que as simulações (exercícios) destinam-se a observar e conhecer variações imaginativas de forma dinâmica, pouco prováveis na realidade da sala de aula sem o uso do computador.

Considerações Finais

Há certas implicações entre a linguagem matemática e a linguagem da informática que subsistem na aprendizagem de função quadrática pelos alunos. O tratamento estático que se dá ao objeto matemático em sala de aula, no entanto, pode ser atenuado com o uso adequado de recursos computacionais. A compreensão de conceitos implícitos no estudo destas funções ganham outros significados ao manipular o *software*. Neste sentido, o jogo de linguagem do GeoGebra adéqua-se ao jogo de linguagem da matemática e, favorece a compreensão dos conceitos estudados ao dispor de ferramentas dinâmicas na aprendizagem de função quadrática.

As tecnologias da inteligência bem como os jogos de linguagem trouxeram novas perspectivas e contribuições teóricas substanciais ao processo ensino e aprendizagem. As atividades com matemática a partir da inserção de tecnologias informáticas propiciaram outras oportunidades e formas de aprender matemática na sala de aula. Assim, aspectos não revelados pela limitação das tecnologias do quadro de escrever e dos livros didáticos são mobilizados pelos alunos ao lidar com estas ferramentas. E nisto consiste a inserção dos jogos de linguagem da informática por meio do GeoGebra.

Para (Borba e Penteado, 2001, p. 47) “o nosso trabalho como educadores matemáticos, deve ser o de ver como a matemática se constitui quando novos atores se fazem presentes em sua investigação”. Isto permite dizer que a expressão **ver como** de Wittgenstein, revela não só exemplificações da linguagem, mas, dá significado ao uso de tecnologias informáticas na educação matemática. Isto faz sentido, uma vez que, no contexto escolar, professores e alunos estão envolvidos em múltiplos jogos de linguagens na aprendizagem da matemática.

Por fim, os jogos de linguagem da matemática e da informática, ampliam e potencializam outras fontes de aprendizagem cujos nós e conexões permitem acessar novos conhecimentos com fronteiras abertas ao desenvolvimento educacional e científico.

Referências

ARAÚJO, Luís Carlos Lopes de. NÓBRIGA. Jorge Cássio Costa. **Aprendendo matemática com o geogebra**. São Paulo: Exato, 2010.

BENEDETTI, Francisco C. **Funções, software gráficos e coletivos pensantes**. 2003. 327 f. Dissertação de Mestrado. UNESP – São Paulo, 2003. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissetacoes/benedetti_fc_me_rcla.pdf>. Acesso em: 5 nov.2011.

BORBA, Marcelo. PENTEADO. Miriam G. **Informática e Educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, Marcelo de C; MALHEIROS, Ana Paula dos S; ZULATTO, Rúbia B. A. **Educação Matemática on line**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

CONDURÚ, Marise T. PEREIRA, José A. **Elaboração de trabalhos acadêmicos, normas, critérios e procedimentos**. 4. Ed. Belém, 2010.

FONSECA, Maria da C. Reis. CARDOSO, C de Abreu. Educação matemática e letramento: texto para ensinar matemática, matemática para ler o texto. In: NACARATO.

A. Mendes. LOPES, C. Spasandin. (Orgs.) **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, 2009. p. 65.

GEOGEBRA. Disponível em: <<http://www.geogebra.org.br>> Acesso em: 04 mai. 2012.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da Inteligência o futuro do pensamento na era da informática**. 2. ed. trad. Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: 34, 2010.

_____. **Cibercultura**. 3. ed. trad. Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: 34, 2010.

MAIA, Diana. **Função quadrática um estudo didático de uma abordagem computacional**. 2007.141f. Dissertação de Mestrado. PUC - São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/diana_maia.pdf/>. Acesso em: 11 set. 2011.

MPAKA, Nlandu. **O ensino e a aprendizagem do gráfico da função quadrática com e sem o auxílio do winplot**. 2010. 140 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias – Lisboa, 2010. Disponível em: <<http://recil.grupolusofona.pt/bitstream/handle/10437/1153/Nlandu%20Mpaka.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 10 ago. 2011.

PENTEADO, Miriam. G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da escola básica. In: BICUDO, M. A. Viggiani. BORBA, M. C. (orgs.) **Educação matemática pesquisa em movimento**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2005. p. 283-295.

PINTO, Thiago Pedro. **Linguagem e educação matemática: UM mapeamento de usos na sala de aula**. 2009. 110 f. Dissertação de Mestrado. UNESP- Rio Claro – São Paulo, 2009. Disponível em: <http://www.ghoem.com/textos/e/dissertacao_thiago_pedro_pinto.pdf>. Acesso em: 09 out. 2011.

SANTOS, Sergio A. **Ambiente informatizado: para o aprofundamento da função quadrática por alunos da 2ª série do ensino médio**. 162 f. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC - São Paulo, 2009. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/sergio_aparecido_santos.pdf/>. Acesso em: 8 nov. 2011.

SILVEIRA, Marisa R. Abreu da. Aplicação e interpretação de regras da matemática. **Educação Matemática Pesquisa**. v. 10, n. 1, pp. 93-113, São Paulo: 2008.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. 6 ed. Trad. Marcos G. Montagnoli Petrópolis. Vozes, 2009.