

A Regra de Três e o Princípio da Proporcionalidade

Denivaldo Pantoja da Silva¹

Renato Borges Guerra²

GD: Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo

Neste trabalho tratamos de uma pesquisa inicial que busca compreender diferentes práticas da regra de três e a relação com a proporcionalidade, como um conjunto de práticas transpostas. Para enfrentar essa problemática, iniciamos nossa investigação sob a luz da história e da epistemologia das práticas sociais e nas atividades profissionais instituídas na sociedade, em análises sustentadas pela noção de transposição didática proposta por Chevallard. Resultados preliminares apontam necessidade de um olhar para o princípio da proporcionalidade segundo condições normativas das atividades em que se insere.

Palavras Chave: Práticas Sociais. Regra de Três. Proporcionalidade. Transposição didática

Apresentação

Em nossos trabalhos Silva, Guerra e Machado Jr (2010) Silva e Guerra (2010; 2011) procuramos abordar a *regra de três como prática social e cultural* constituída de uma multiplicidade de *práticas*, um *modelo* que traz consigo todo um processo histórico de uso por diferentes ofícios da atividade humana.

Sob um olhar histórico percebemos que os problemas característicos tipo regra de três são oriundos de práticas de grupos específicos que elegeram a regra de três como ferramenta imprescindível para o exercício de suas atividades. Sob esse entendimento e tendo em conta que “as práticas sociais são produtoras de conhecimento nas ações de modelar e facilitar cálculo” (FARFÁN; FERRARI, 2008 p. 325) e que isso tem implicações no ensino, parece que esse olhar pode nos revelar algo mais sobre o ensino da regra de três, mais precisamente, compreender a regra de três como um fazer que emerge de *práticas sociais* transpostas. Nesses termos, buscamos construir possíveis respostas às seguinte questões: 1) *como as práticas se transformam em saber sábio na Transposição Didática ao emigrar em diferentes instituições?* 2) *há ou não necessidade de considerar o princípio da proporcionalidade como fundamento das práticas da regra de três na transposição didática?*

¹ Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Ciências e Matemáticas (IEMCI) / Universidade Federal do Pará (UFPA). Email: denivaldo@ufpa.br.

² Professor Doutor do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Ciências e Matemáticas (IEMCI) / Universidade Federal do Pará (UFPA). Email: rguerra@ufpa.br.

Para o enfrentamento da questão assumimos iniciar que nossa investigação se iniciará sob a luz da história e da epistemologia das práticas sociais e nas atividades profissionais instituídas na sociedade, em análises sustentadas pela Teoria Antropológica do Didático, mais especificamente com inspirações na transposição didática. Desse modo, acreditamos que esses olhares podem apontar caminhos que nos levem a entender o papel da regra de três nas atividades humanas, seu modo de difusão, inclusive na escola e a necessidade ou não da fundamentação matemática nas práticas da transposição didática, é o que nos propomos fazer a seguir.

O Fazer Histórico das Práticas Sociais e o Ensino da Regra de Três

Podemos começar citando Boyer (1996, p.133) por destacar que a mais importante produção matemática chinesa foi o livro Chui-Chang Suan-Shu ou Nove Capítulos Sobre a Arte Matemática (250 a.C), onde são apresentados 246 problemas sobre mensuração de terras, agricultura, sociedade, engenharia, impostos entre outros, onde parte deles foi resolvida por regra de três. O cunho desse livro foi eminentemente prático, ou seja, da aplicação da técnica da regra de três na resolução de problemas de interesses de grupos sociais já pode ser observado.

Em Smith (1958 p. 483) e Ávila (1986) a regra é referida como Regra de Três Mercantil, e usada no comércio por vários séculos. E ainda, Garding (1981, p.290) nos mostra que:

Pouco depois da invenção da imprensa apareceram muitos compêndios de aritmética elementar, alguns deles tratando também de frações e de matemática comercial, em particular da equivalência de moedas, de problemas de partilhas e de taxas de juros. O fato que $x=ac/b$ resolve a equação $a/b=x/c$ (regra de três) mostrou ser extremamente útil. Um escritor chama-lhe a regra de ouro alegando que “é tão valiosa que ultrapassa as outras regras, assim como o ouro ultrapassa os outros metais. (GARDING, 1981, p. 290)

Nessa linha, Brooks (1880) apoiado em Humfrey Baker (1562), faz considerações sobre a regra de três como a mais importante regra da aritmética segundo ele:

A regra de três é a principal e a mais excelente regra de toda a aritmética. Para todas as outras regras há necessidade dela, e ela perpassa por todas as outras, para cujos casos, é chamada pelos filósofos de regra de ouro; mas nestes últimos dias, está sendo chamada por nós como regra de três, porque é requerido três números na operação. (BROOKS, 1880 p. 330). [Tradução nossa]

Desse modo, ao longo do tempo, dentre as diferentes atividades humanas que revelam a regra de três como um construto humano para atender interesses e intenções do

homem no enfrentamento de situações sociais, nos chama atenção as *práticas comerciais*, pois efetivamente, toda a produção aritmética ocidental dos séculos XIII, XIV e XV aparece intimamente ligada à revolução comercial e como ferramenta de apoio imprescindível de umas *atividades contábeis e fiscais* (DEL POTRO, 2007, p. 1). Essa produção não aconteceu por especulação teórica, mas como produto do interesse das diferentes práticas e em particular a comercial, pois

ainda que exista um abismo entre o comércio internacional em grande escala e o comércio em detalhe de alguns mercadores, para todos os que praticavam cada uma de suas modalidades, da mesma forma que para outros muitos setores urbanos, interessou-lhes o desenvolvimento de uma aritmética prática. Alguns, sentindo essa imperiosa necessidade de formação, manifestaram certo culto às cifras, ao manejo correto das mesmas, as proporções, a exatidão... (DEL POTRO, 2007, p. 2). [tradução nossa]

Ou seja, emerge a necessidade da instrução dos indivíduos acreditando-se que o domínio da aritmética proporcionaria uma melhor preparação para as atividades específicas de seu grupo. Assim, segundo Del Potro (2007) os manuais de Aritmética Mercantil tinham um caráter mais geral, pois se conceberam como textos escolares orientados eminentemente para prática, que por meio de problemas refletiam, sem dúvidas, situações concretas em que os mercadores poderiam ver-se envolvidos. A fundamentação matemática para regra de três não encontrava abrigo nessas práticas.

Por outro lado, a preocupação característica dos matemáticos Islâmicos em fundamentar as regras usadas nas matemáticas aplicadas sobre as teorias gregas (YOUSCHKEVITCH, 1976, apud GÓMEZ, 2006), que leva a um fazer fundamentado da regra de três relacionando-a com os conceitos da teoria das razões e proporções euclidiana, em nossa compreensão, vem atender o desejo de grupo cultural diverso que busca dar sentido a uma prática também inclusa em suas atividades, e aí ocorre

uma desconexão de sua condição normativa original e começa a ser moldada de acordo com a condição normativa da nova atividade na qual elas já estão formadas, de forma idiossincrática... Neste caso, poderes, valores, e os afetos mobilizados por aquelas práticas em certo campo de atividade também podem ser consideravelmente modificadas. (MIGUEL e MENDES, 2010, p.388) [tradução nossa]

Pois, esse fazer normativo da matemática agrega o fazer de proporcionalidade que exige o cuidado de tomar as razões entre grandezas de mesma natureza ou espécie, como esclarece Nuñez (1567, p.66).

Proporção é uma relação ou uma comparação que há entre duas quantidades de uma mesma natureza, quando são comparadas na quantidade. E aquelas quantidades chamamos nesta matéria de uma mesma natureza, que são tais, que a menor delas multiplicada pode exceder a maior. (NUÑEZ, 1567, p.66)

Segue explorando essa noção por meio de exemplos, segundo ele:

Porque a linha por mais que se multiplique não pode exceder a superfície, nem a superfície multiplicada pode exceder o corpo, diremos, portanto, que a linha, a superfície e o corpo, têm diferentes naturezas e por essa causa nem a linha com a superfície, nem a superfície com o corpo têm proporção. Mas entre duas linhas quaisquer, e entre duas superfícies quaisquer, haverá proporção, ou entre as linhas sejam retas, ou entre ambas as curvas, ou uma reta e a outra curva, e/ou as duas superfícies sejam entre ambas planas, ou entre ambas as curvas e convexas, ou uma delas seja plana, e a outra curva. E o mesmo será entre quaisquer corpos de quaisquer figuras que sejam, portanto sendo o menor deles multiplicado pode exceder o maior. E nos números isto é muito claro, porque qualquer numero por menor que seja tanto se pode multiplicar que exceda o maior que nos fora proposto (NUÑEZ, 1567, p.66)

Mas, o uso da linguagem algébrica ao descrever essa noção em ação, por igualdade entre razões de grandezas de mesma espécie (natureza), leva a modelos equivalentes, senão os mesmos, que os gerados por especialistas matemáticos e parece, em princípio, coroar com êxito seus desejos de legitimar seus jeitos de fazer e pensar essa prática no ensino rejeitando por conta da complexidade que apresenta como diz Vallejo (1841),

Para fazer dito exame se necessita possuir um espírito de que nem todos estão dotados; e por isso nossa regra, que não exige mais que o conhecimento das quantidades de uma mesma espécie para introduzir imediatamente a proporção, está mais ao alcance dos principiantes. (VALLEJO, 1841, p.351) [*tradução nossa*]

Ou ainda, mais recentemente, o defendido por Lima et al (2001, p. 09) em que afirma que “deve-se ressaltar enfaticamente que a regra de três, proveniente da proporção $y_1/x_1 = y_2/x_2$, só pode ser legitimamente empregada quando se tem uma proporcionalidade”.

Esse pensar ao longo tempo ganhou força que se revela pelo fazer pontual de baixa valorização matemática e com sugestivo abandono do ensino, como fez Ávila (1986), e começa se evidenciar em sete dos dezesseis livros didáticos aconselhados pelo PNLD-2008. Para Ávila (1986), os livros de matemática usados nos Estados Unidos já não mais incorrem no mesmo arcaísmo de abordagem presentes nos livros brasileiros, ele ressalta que em contraste, os livros americanos modernos não usam nem mesmo a expressão “regra de três” (em inglês “rule of three”) sugerindo que o nome “regra de três” seja abolido (ÁVILA 1986, p.9).

Assim, quando os livros textos fundamentam a regra de três em grandezas proporcionais, ou a abandonam, parecem esquecer que essa prática foi formada historicamente por força das situações historicamente vivenciadas pelo homem que exigiram a prática da regra de três sem explícita relação de proporcionalidade e como tal é consideravelmente diferente.

Sobre isso, Nuñez (1567) nos dá outra compreensão, que esse pensar de necessidade de proporcionalidade é necessário aos especialistas matemáticos corroborando com nosso pensar,

Porque a composição das proporções é imaginária, feita por obra do entendimento, interpondo uma quantidade na fantasia com outras, e não é real, assim como quando dizemos, que a linha de tres braças é composta de uma linha de uma braça, e de outra de duas braças, na qual a parte não pode chegar ao todo. E é porém, esta doutrina necessária aos matemáticos nas suas demonstrações... (NUÑEZ, 1567, p.80) [tradução nossa]

Esse modo de ver se reafirma no fazer da regra de três sem explícita relação com a proporcionalidade nas escolas, como mostra a resolução dos professores que pesquisamos da seguinte questão:

Lucas tem 10 anos e “pesa” 62 kg. quantos quilos pesam sua irmã que tem 12 anos?

$$\begin{array}{cc} \text{Idade} & \text{Kg} \\ 10 & 62 \\ 12 & x \end{array}$$

$$\frac{62}{x} = \frac{10}{12}$$

$$10x = 62 \cdot 12$$

$$x = \frac{744}{10}$$

$$x = 74,4 \text{ kg}$$

Foto 04: resolução (i)

$$\begin{array}{cc} \text{Idade} & \text{Kg} \\ 10 & 62 \\ 12 & x \end{array}$$

$$\frac{62}{x} = \frac{10}{12}$$

$$62 \cdot 12 = 10 \cdot x$$

$$x = \frac{330}{5}$$

$$x = 74,4$$

Foto 04: resolução (ii)

Parece que o enunciado do problema o identifica como um problema típico de regra de três e em consequência a aplicação da técnica é imediata, sem maiores reflexões sobre a proporcionalidade como indicam as resoluções de grupos diferentes.

No entanto, a disposição das grandezas não é arbitrária, segue da fundamentação na proporcionalidade, pois a proporção, a razão só é admitida entre grandezas de mesma natureza, quando são comparadas na quantidade (NUÑEZ (1567)). Assim, a primeira razão deve ser entre o primeiro e o terceiro termo (idade) que são de mesma natureza, do mesmo modo, a segunda entre o segundo e o quarto termo (peso) isto é,

$$\frac{62}{x} = \frac{10}{12}$$

Esse registro, embora ratifique o fazer da regra de três sem explícita fundamentação, traz consigo conseqüências que do nosso ponto de vista podem ter limitado de seu uso na escola, por contrariar a noção de proporção posta por Euclides, já que não se permitiria escrever as expressões abaixo ainda que sejam equivalentes entre si.

$$\frac{62}{10} = \frac{x}{12} \text{ ou } \frac{12}{x} = \frac{10}{62}$$

O mesmo ocorre principalmente em aplicações em outras disciplinas, como mostra o exemplo do uso no ensino de Química (FELTRE, 2004 p.30) a seguir.

Quando temos 3 mol de sal comum em 1kg de água, dizemos que a molalidade da solução é igual a 3 mol/kg, ou ainda que a solução é “3 molal”. De forma geral, quando temos n_1 mols de soluto em m_2 gramas de solvente, podemos equacionar:

$$\begin{array}{l} m_2 \text{ g de solvente} \quad \text{—————} \quad n_1 \text{ mol de soluto} \\ 1\text{kg}=1000\text{g de solvente} \quad \text{—————} \quad w \text{ mol de soluto} \end{array}$$

$$w = \frac{1000n_1}{m_2}$$

Sabemos que n_1 pode ser calculado pela relação $\frac{m_1}{M_1}$; logo, temos

$$w = \frac{1000m_1}{m_2M_1}$$

O exemplo mostra o fazer eminentemente prático da regra de três sem justificativa direta com os argumentos de proporcionalidade que se explicitam pelo fazer concomitante do fazer algébrico da proporcionalidade evocado no extrato “ n_1 pode ser calculado pela relação $\frac{m_1}{M_1}$ ”.

Em resumo, buscamos construir, com auxílio da história, nexos entre o fazer escolar da regra de três e o fazer das atividades ligadas aos ofícios das atividades profissionais constituídos pela sociedade que permitiram compreender e explicar o caráter prático, especulativo e investigatório da regra de três como um fazer cultural aplicado no

enfretamento de situações específicas. Porém, essa busca apontou a necessidade de entender na sequência o papel das práticas sociais na construção do saber matemático.

A Noção de Prática Social e o Saber Matemático

No sentido posto, evocamos os pesquisadores Sierra (2005), Cantoral *et al* (2006); Rios (2006); Farfan e Ferrari (2008) e outros, que têm por marco inicial a ideia que um dos principais objetivos da Matemática Educativa é explicar como se constrói o conhecimento matemático considerando o papel da dimensão social nessa construção. De acordo com Rios (2006),

a análise do conhecimento é de corte epistemológico, porque na maioria dos casos, faz-se necessário a busca na história das práticas sociais, afim de reconhecer nelas base de significados, ou resignificações, cuja estrutura leve a estabelecer a “construção do conhecimento matemático”, com o qual é possível construir desenhos instrucionais (RIOS, 2006, pp. 145-146). [Tradução nossa]

Para Sierra (2005) “*pratica social*” é uma atividade do ser humano sobre o meio em que se desenvolve e que por meio das práticas sociais o homem dá sentido aos problemas fundamentais da ciência, submetendo-os às complexas relações entre eles e seu entorno, podemos dizer que os estudos que sinalizem alguns registros históricos do uso da regra de três nas atividades exercidas pelas pessoas, favorecem a compreensão da regra de três como produtoras do conhecimento que emerge nas atividades humanas.

Essa idéia pode ser consonante a Miguel e Mendes (2010) ao evocar as práticas sociais no tratamento de mobilização de histórias e sua inclusão na matemática escolar, pois segundo esses autores,

[...] O termo *prática social* significa um grupo de ações intencionais e coordenadas, que simultaneamente mobiliza objetos culturais, memória, afetos, valores e poderes, gerando na pessoa que realiza tais ações o sentimento de pertencimento a uma determinada comunidade. Estas ações não são caóticas ou casuais precisamente porque nós reconhecemos nelas objetos culturais que têm uma história. Esta história só é lembrada por causa dos objetos culturais que esta prática mobiliza e ainda são usados em pelo menos por uma comunidade que mantém esta memória viva por alguma razão. (MIGUEL; MENDES, 2010 p. 382) [Tradução nossa]

Esse pensar da prática social da regra de três se faz presente quando mobilizamos a história dos diferentes modos de fazer a regra de três, considerando em determinadas situações a proporcionalidade e em outras não como fundamento para o enfrentamento de problemas assumidos como de regra de três e, sob esses entendimentos, buscamos melhor compreender como vive essa ambiguidade na escola, pois sob esse aspecto a regra de três,

ou ainda, as matemáticas devem ser entendidas como práticas de investigação do aspecto normativo de diferentes práticas (MIGUEL; MENDES, 2010).

Esse sentido nos leva a compreender as ambiguidades sobre o uso da regra de três, pois,

do ponto de vista de que a prática, na passagem de um campo de atividade a outro, inevitavelmente desconecta-se das condições normativa originais, e ganha feições de acordo com as condições do novo campo de atividade em que ela foi mobilizada, em um caminho, idiossincrático igualitário. Assim, nós não poderíamos dizer por muito mais tempo, estrito senso, que estaríamos vivendo a mesma prática (MIGUEL; MENDES, 2010 p. 384). [tradução nossa]

E mais, nessa linha podemos pensar que a regra de três surgiu das atividades humanas em suas necessidades sociais como Del Potro (2007), Boyer (1996), Garding (1981), Smith (1958) e outros evidenciaram em seus escritos. Sob esse aspecto, poderemos dizer que a regra de três não é um objeto específico da matemática, mas que foi construído nas atividades humanas com suas práticas sociais e consolidadas pela sociedade em função de seu caráter de uso em suas atividades profissionais e, por isso, torna-se um saber a ensinar que tinha que ser difundido/ensinado. Isso pode justificar sua integração não somente nos manuais escolares, como prática que todos que freqüentavam a escola tinham de aprender independentemente de sua futura atividade profissional, mas também nas diferentes instituições da atividade humana. Assim, buscamos na transposição didática possíveis elementos que nos permita expandir nossa compreensão sobre as práticas da regra de três como práticas transpostas.

Transposição Didática e a regra de três

Chevallard (2005) postula que:

Um conteúdo de saber que tenha sido designado como saber a ensinar, sofre a partir de então um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os *objetos de ensino*. O “trabalho” que transforma de um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino, é denominado de *transposição didática*. (CHEVALLARD, 2005, p. 45). [Tradução nossa]

Esse conceito proposto como modelo teórico para análise do sistema didático, inserido no campo da Didática da Matemática que segundo Chevallard, Bosch e Gascón, (2001) é uma Ciência e, tem o Sistema de Ensino como seu objeto de estudo, cuja etapas estão resumidas no esquema proposto por Gascón (2011) abaixo.

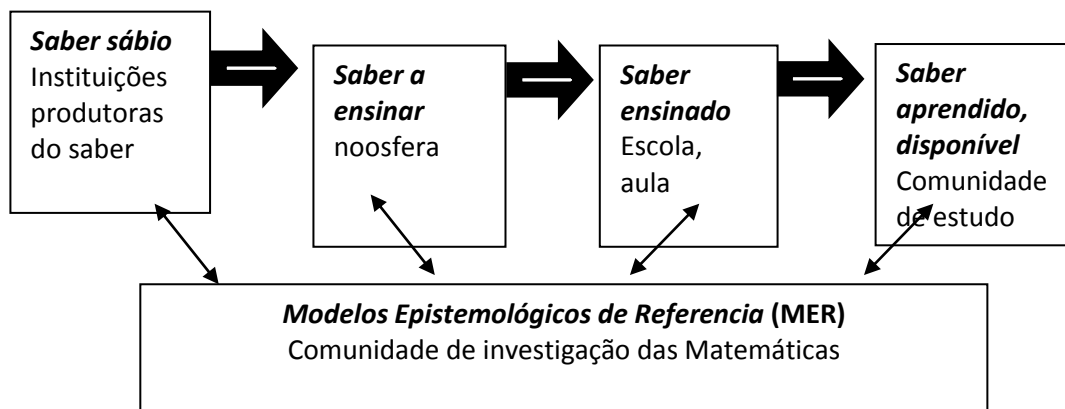


Figura 1: Etapas da transposição didática (GASCÓN, 2011 p. 214) [Tradução nossa]

Esse esquema mostra as etapas da transposição didática e a inserção dos modelos epistemológicos de referencia imprime um alargamento da noção de transposição didática ao se mostrar imbricado em todas as etapas do processo de transposição didática.

Ainda nesse modelo, outro aspecto importa destacar que a primeira etapa mostra o saber sábio como resultado das instituições produtoras de saber. Sobre isso, Agranióh (2001) apoiada em Chevallard (1985) afirma que o estudo da transposição didática numa visão mais ampla da transposição *sensu lato*, envolve um olhar para as transformações sofridas pelo objeto de saber, desde que produzido pela academia até eleito o objeto a ensinar e tornado objeto de ensino. Essas transformações começam a ocorrer no próprio meio acadêmico, ainda na fase de registro e comunicação dos saberes produzidos pelos pesquisadores (objetos de saber) denominada textualização do saber. É pela textualização que o saber se transforma em texto científico e torna-se público ou socialmente disponível.

Tais entendimentos apresentados nos ajudam de certo modo, compreender a regra de três como práticas de práticas institucionais que se afeiçoam segundo condições normativas da atividade que está inserida, inclusive a atividade matemática com isso respostas para nossas questões iniciais, começa-se a construir, no sentido que a regra de três se conforma como tema para investigação que há anos, literalmente, é objeto de ensino nas escolas e por séculos de uso em diferentes atividades humanas e a rigor, não ser reconhecida pela comunidade dos especialistas matemáticos como uma prática matemática sem fundamento na proporcionalidade.

Considerações

Como podemos observar nas diferentes atividades da sociedade as práticas da regra de três foram se afeiçoando de acordo com as características do grupo. Isso possivelmente

pode ter contribuído para difusão e ensino da regra de três, inclusive na escola, como transposições didáticas, em geral sem maiores reflexões sobre o princípio da proporcionalidade.

Assim, neste trabalho tivemos a intenção de refletir a problemática da transposição didática que envolve encontros e desencontros da regra de três com o princípio da proporcionalidade. Sabemos que estão longe de se esgotarem as discussões pertinentes ao tema exposto, mas acreditamos que desdobramentos e aprofundamentos relativos aos processos transpositivos dos saberes que proporcione buscar caminhos que levem à construção de uma compreensão das práticas da regra de três como transposições entre instituições e as implicações no ensino não estão descartados.

Com efeito, vimos também que a regra de três se constitui historicamente em diferentes práticas sociais então, podemos inferir mesmo que as camadas de especialistas matemáticos influenciem, ou controlem o ensino, as camadas constituintes de outras atividades parecem ainda dominantes e estão em volta a exigir seu lugar e, nesse sentido, a relação de proporcionalidade não pode se por, a menos que seja convencionado pelo sujeito que vive uma situação não matemática, com a consciência de que a matemática embora proveja métodos simples, rápidos e seguros para o enfrentamento de uma situação real não faz a situação a ela se reduzir.

E ainda, parece ter havido, ao longo do tempo, uma busca por uma sistematização mais adequada para aplicação do método de regra de três e com isso, novas práticas, novas transposições se evidenciam. Embora esteja presente em vários momentos a fundamentação na proporcionalidade, nesse caso, buscou-se ao longo do tempo a sistematização que tornasse o processo rápido, simples e seguro para o enfrentamento de situações típicas de práticas sociais.

Assim, reafirmamos que as respostas para as nossas questões são parciais, agora adicionando aos entendimentos já postos um olhar para a regra de três como práticas de modelagem de situações específicas com implicações no ensino e isso pode exigir a compreensão da proporcionalidade, não no sentido de ser verificável empiricamente, mas como algo que se pode realizar e, ainda, permitir compreendê-la como transposições de práticas que pode ser mobilizada segundo condições normativas das instituições envolvidas.

Referências

- AGRANIONIH, N. T. **A teoria da transposição didática e o processo de didatização dos conteúdos matemáticos.** Educere (Umuarama), Toledo/PR, v. 1, n. 1, p. 3-22, 2001.
- ALMOULLLOUD, A. S. **Fundamentos da didática da matemática.** Curitiba: UFPR, 2007.
- ÁVILA, G. Ainda sobre a regra de três. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 9, p 1-10, 1986.
- ÁVILA, G. Razões, proporções e regra de três. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 8, p 1-8, 1986.
- BOYER, C. B.. **História da matemática.** São Paulo:Edgard Blücher, 1996.
- BRASIL. MEC. SEF. Guia de livros didáticos — 5ª a 8ª séries. Brasília, MEC/SEF, 2008.
- BROOKS, E.**The philosophy of arithmetic as developed from the three fundamental processes of synthesis, analysis, and comparison containing also a history of arithmetic.** Lancaster, PA: Normal publishing company,1880.
- CANTORAL, R. et. al. Socioepistemologia y representación: algunos ejemplos. **Relime**, p 83-102, 2006 Número Especial.
- CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado.** 3. ed. 2. reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.
- CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique :du savoir savant au savoir enseigné.**Grenoble :La Pensée Sauvage,1985.
- DEL POTRO, B. C. **Um manual de aritmética mercantil de mosén Juan de Andrés.** Canedo,2007.
- DEL POTRO, B. C.; DE LA LLAVE, R. C. Oficios urbanos y desarrollo de la ciência y de la técnica en la baja edad media: la corona de castilla. **Revista de Historia**, Norba, v. 17, 41-48, 2004.
- FARFÁN, R. M.; FERRARI, M. Um estudio socioepistemológico de lo logarítmico:La construcción de uma red de modelos. **Revista Latinoamericana de investigación em Matemática Educativa**, 11 (3), p.309-354, jun. 2008.
- FELTRE,R.**Química.**ed.6. v. 3 fisico-química, Ensino médio.São Paulo:Moderna,2004.
- GARDING, L. **Encontro com a matemática.**Trad. de Célio Alvarenga e Maria Manuela Alvarenga.Brasília:Editora Universidade de Brasília,1981.

GASCÓN, J. **Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico: el caso del álgebra elemental**. RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación en matemática Educativa vol. 14 no. 1, 2011.

GÓMEZ, B. **Los ritos en la enseñanza de la regla de tres**. En Alexander Maz, Manuel Torralbo y Luís Rico (Eds.). *José Mariano Vallejo, El Matemático Ilustrado. Una mirada desde la educación matemática*, pp. 47-69. Córdoba. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba, 2006.

LIMA, E.L. **Temas e Problemas**, 3ª Edição., ISBN 858581816-6, Publicação SBM 2001.

MIGUEL, A.; MENDES, I. A. Mobilizing in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games. **ZDM Mathematics Education**, v.42,381-392, april 2010.

NUÑEZ, P. **Libro de algebra en arithmetica y geometría**. Universidad de coymbra, 1567. (<http://books.google.com.br/>).

RIOS, A.C. Socioepistemología y prácticas sociales. **Educación Matemática**, abril, año/vol.18, numero 001 Santillana Distrito Federal, México, 2006 pp. 133-160.

SIERRA, G. M. Los procesos e convención matemática como generadores de conocimiento. **Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa**, v. 8, p.195-218, jul. 2005.

SILVA, D.P.da.GUERRA, R.B. **Para que ensinar regra de tres?** XIII Conferencia Interamericana de Educação Matemática- CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

SILVA, D.P.da.GUERRA, R.B. **A regra de três e o ensino da modelagem matemática crítica**. VII E P A E M- Encontro Paraense de Educação Matemática-Cultura e Educação Matemática na Amazônia, Belém-Pa, Setembro, 2010.

SILVA, D.P.da.GUERRA, R.B. e MACHADO Jr.A.G. **Regra de três e modelagem matemática crítica: um olhar pela socioepistemologia**. X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, Julho, 2010.

SMITH, D. E. **History of mathematics**. v. II, Dover publications, New York, 1958.

VALLEJO, J. M. **Tratado Elemental de Matemáticas**. escrito de orden de S.M. para uso de los caballeros seminaristas del seminario de nobles de Madrid y demás casas de educación del Reino. Cuarta edición corregida y considerablemente aumentada. Tomo I. Parte primera, que contiene la Aritmética y Álgebra. Madrid: Imp Garrayasaza, 1841.