

Práticas Algébricas no Contexto da Modelagem Matemática: um Olhar Histórico-Cultural.

Fabian Posada-Balvin¹

GD10 – Modelagem Matemática

Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar meu projeto de doutorado em andamento cujo propósito é estudar as práticas algébricas constituídas por um grupo de estudantes quando realizam atividade de modelagem matemática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa cujos dados serão produzidos e analisados sob a perspectiva histórico-cultural do conhecimento matemático, focando a atenção principalmente em três aspectos: os artefatos culturais físicos e simbólicos utilizados no processo (linguagem, símbolos, gestos, software etc.); as condições de legitimação das ações desenvolvidas; e as relações intersubjetivas dos participantes. Assim, se assumirá a perspectiva teórica que os seres humanos constituem e reorganizam o pensamento em uma relação dialética com as mídias e que as atividades das pessoas se materializam em um conjunto de práticas sociais desenvolvidas em contextos histórico-culturais. O cenário da pesquisa será a sala de aula de um curso de Matemática aplicada para estudantes de primeiro ano de ciências Biológicas da UNESP campus Rio Claro, no qual os alunos são convidados a construir um projeto de modelagem matemática sobre algum tema de seu interesse.

Palavras-chave: Álgebra escolar, teoria da atividade, prática sociais.

1- Introdução.

São várias as produções que fazem referência à relação da modelagem com os conceitos e procedimentos algébricos (KIERAN; N.; LEE, 1996; STACEY; CHICK; KENDAL, 2004; BALVIN; ZAPATA; MESA et al., 2006; CAI; KNUTH, 2011). Segundo Kieran (2004), a álgebra escolar pode ser usada como uma ferramenta para modelar, estudar variações, analisar relações e construir justificativas, provas e predições. No entanto, Stacey e Chick (2004) consideram possível o caminho contrário, ou seja, pensar a modelagem como uma ferramenta para apreender álgebra na escola. Para esses autores a escolha de um caminho ou outro depende do domínio de interesse. Já para autores como Godino (2012) fica claro que as fronteiras entre a álgebra e a modelagem são sombrias.

¹ Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”/ GPIMEM/PAEDEX-AUIP. Contato: fapoba@gmail.com. Orientador: Marcelo de Carvalho Borba.

Segundo Blum e Niss (1991) os termos modelagem e aplicações têm sido usados como um grande guarda-chuva para denotar todas as atividades que ligam a matemática com as ciências naturais, sociais e a vida cotidiana. Esse mesmo autor argumenta que muitas propostas que ainda são desenvolvidas no contexto escolar estão baseadas nessa perspectiva de modelagem, cujas análises cognitivas relacionadas com a aprendizagem da matemática consideram que os procedimentos desenvolvidos pelos matemáticos aplicados devem ser similares aos dos alunos. Para Borba e Villareal (2005) os propósitos da modelagem no contexto da educação matemática devem superar essas expectativas e propõem a perspectiva denominada por eles de pedagógica.

No entanto, pelas características dessas perspectivas e as complexidades dos contextos educativos, no qual circulam interesses políticos e sociais, tanto individuais como coletivos, é importante investigar as inter-relações da modelagem como perspectiva pedagógica com o conhecimento matemático e a aprendizagem da matemática que se constitui ligado à ela. No estudo dessas relações enquadram-se os interesses desta pesquisa.

Ressonante com essas ideias de modelagem será usada a teoria da atividade situada para estudar ditas inter-relações. Essa teoria considera que o desenvolvimento do conhecimento e da aprendizagem se descreve e analisa na participação das pessoas na ação prática no mundo social e culturalmente constituído. A atividade situada concebe que o conhecimento e as práticas das pessoas estão em permanente mudança, e é nessas mudanças onde se analisam as características da aprendizagem. Nesse sentido, as práticas desenvolvidas no contexto da sala de aula se constituem em unidades de análise para compreender a aprendizagem da matemática, entendendo a prática como um fazer, mas um fazer intencionado cujos sentidos e significados constituem-se em relação com os contextos históricos, sociais e culturais no qual se desenvolvem. (LAVE, 1988; CHAIKLIN; LAVE, 2001; RADFORD, 2008; WINBOURNE, 2008; RADFORD; ROTH, 2011).

Embasado na perspectiva histórico-cultural da teoria da atividade situada, analisarei as práticas algébricas que um grupo de alunos constitui quando desenvolvem a atividade de modelagem matemática assumida como uma perspectiva pedagógica. Assim, a pergunta orientadora da pesquisa é: **quais práticas algébricas constituem os alunos do primeiro ano de Biologia quando realizam atividade de modelagem matemática no contexto de um curso de matemática aplicada?**

O cenário da pesquisa é um curso de matemática para alunos de primeiro ano da biologia da Universidade Estadual Paulista UNESP campus Rio Claro/SP. O curso, que por sua vez, é ministrado por meu orientador convida os alunos a desenvolver atividade de modelagem matemática como parte constitutiva da disciplina. Os dados são produzidos enquanto acompanho esse processo. Desse modo, já que na teoria da atividade situada, o indivíduo, a sociedade e os instrumentos culturais constituem uma relação indissolúvel, as análises serão desenvolvidas respondendo mais a relações dialéticas que a relações causa-efeito.

Para deixar clara a forma como essa pesquisa está estruturada organizei este artigo do seguinte modo: na primeira seção apresento a pergunta e o objetivo da pesquisa. Na segunda parte, exponho o referencial teórico que representa meu olhar epistemológico do objeto de estudo da pesquisa e a partir do qual pretendo dar algumas respostas à pergunta. Finalmente apresento a metodologia que será desenvolvida para dar conta do objeto da pesquisa.

2- Pergunta e objetivo.

É fácil reconhecer, observando a produção nas últimas décadas, o crescente interesse que a Modelagem matemática tem ganhado na comunidade acadêmica de diferentes áreas científicas, particularmente na comunidade de educadores matemáticos, (BARBOSA, 2001; BLUM; GALBRAITH; HENN et al., 2007; MALHEIROS, 2008; ARAUJO, 2010; LESH; GALBRAITH; HAINES et al., 2010; BIEMBENGUT, 2011; KAISER; BLUM; FERRI et al., 2011; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011).

Um consenso geral desses autores é que a Modelagem Matemática pode ser entendida como uma forma de usar a matemática para resolver problemas cotidianos, ou seja, uma maneira de representar matematicamente uma situação problemática “real” procurando sua solução por meio dos conceitos e relações matemáticas. Segundo Meyer; Caldeira e Malheiros (2011), a Modelagem Matemática é uma forma de confrontar o mundo real com o universo da Matemática. De igual forma, esses pesquisadores concordam em dizer que a Modelagem Matemática é um processo que se inicia com o reconhecimento de um problema real, passando por um momento de formulação do modelo e finalizando com sua validação.

Mas o que acontece quando a Modelagem é pensada em contextos educacionais? Pensar, por exemplo, a Modelagem como uma tendência na educação matemática gera um conjunto de questões e implicações pedagógicas que nem sempre fazem sentido

quando a Modelagem está fora da educação. Com relação a isso, Araujo (2010) considera que a Modelagem ao se referir à educação matemática toma uma especial característica dependendo, entre outros aspectos, do contexto educacional assumido e aos sujeitos envolvidos no processo (ARAÚJO, 2010). No mesmo sentido Meyer; Caldera e Malheiros (2011, p. 39) afirmam,

... Quando deslocamos essa ideia da Modelagem [os autores usam o termo matemática aplicada] para as questões educacionais, deve sempre existir a consciência de que há ali alunos que precisam de matemática para viver, e é necessário saber o que esses alunos precisam saber de matemática, para que precisará dela e como essa matemática vai chegar até eles. Nesse contexto é que se insere a questão do currículo.

Segundo Kaiser e Sriraman (2006), as relações da Modelagem e a educação matemática podem ser analisadas a partir de seis diferentes perspectivas: realística, contextual, educacional, epistemológica, cognitiva e sócio-crítica. Para Araujo (2010) esta última perspectiva tem sido desenvolvida por educadores matemáticos brasileiros e cujos alicerces podem ser encontrados nos trabalhos de (D'AMBRÓSIO, 1999), (SKOVSMOSE, 1994), (BORBA, 2005) entre outros.

Segundo Barbosa (2006), a Modelagem não é uma descrição neutra de uma realidade independente, senão um instrumento para tomar decisões no funcionamento da sociedade, mas geralmente oculta ao entendimento do público. Nesse sentido, para esse autor, todo sujeito que passe por um processo educativo deve ter a oportunidade de discutir a natureza e o papel dos modelos matemáticos. Coerente com essa postura propõe que a atividade de Modelagem deve estar delimitada por duas características principais: de um lado, deve ser uma atividade que constitua em um verdadeiro problema para o sujeito que encara o processo; e de outro, deve ser uma atividade enquadrada no contexto da vida cotidiana e/ou de outras ciências. Para Borba e Villareal (2005), uma forma de alcançar esse propósito é usar a Modelagem como uma perspectiva pedagógica na qual os alunos são convidados a escolher algum tema do interesse próprio e construir perguntas e problemas relacionados com a temática escolhida.

Sob essa perspectiva a modelagem pode ser entendida como um processo pelo qual os sujeitos constroem representações analógicas (modelos) de outro sistema (certas realidades), com o propósito de estudar, investigar, entender, compreender e explicar os acontecimentos (passado) e prever o que poderia acontecer no futuro e talvez tentar transformá-lo quando seja pertinente. Assim, a modelagem passa ser, de um lado, um pretexto para refletir com os alunos sobre as complexas relações com seus mundos

sociais e culturais, e de outro, um contexto para aprender e a produzir conhecimento matemático.

No entanto, pelas características dessa perspectiva da Modelagem seu desenvolvimento na sala de aula gera um conjunto de conflitos, no sentido em que a escola² em geral, e a sala de aula de matemática em particular, são espaços impregnados de interesses sociais e políticos. A escola segundo Wolff-Michael e Luis Radford,

[...] é um lugar no qual se produz, reproduz e transforma a sociedade e sua cultura. Mas no mesmo tempo, a escola e sociedade não são caixas nas quais professores e alunos se moldam. Em/e através de suas ações, no contexto localizado materialmente, eles constituem ativamente a escola. (ROTH; RADFORD, 2011, p. 144, tradução minha)

Assim, a sociedade, a escola e a sala de aula de matemática ainda tendo seus interesses e necessidades particulares, coexistem em uma relação dialética das partes com o todo. Em outras palavras as ações mediadas do professor e dos alunos na sala de aula, além de constituir as particularidades dessa sala, são orientadas e estão condicionadas pelas relações com outros níveis sociais. Desse modo, a sala de aula de matemática é um espaço complexo no qual se vivem essas tensões sociais e individuais. Uma delas é a aprendizagem da matemática e o propósito dessa aprendizagem.

A meu ver, a perspectiva pedagógica da Modelagem matemática, tenta responder a essa dialética social e individual a partir de dois pressupostos que fornecem as condições de seu desenvolvimento na sala de aula: em primeiro lugar, explicita que um dos propósitos é a formação de cidadãos críticos, autônomos, participativos e colaborativos; e em segundo lugar, inclui a possibilidade de formulação de perguntas e problemas matemáticos, mas superando as tradicionais perspectivas de formulação e resolução de problemas e da matemática aplicada na educação matemática.

As complexidades desses propósitos são o tema geral de interesse dessa pesquisa. Em particular as características da matemática desenvolvida pelos alunos no contexto da atividade Modelagem quando é usada como perspectiva pedagógica. Desse modo, serão investigadas as peculiaridades do conhecimento algébrico desenvolvido por um grupo de alunos quando realizam a atividade Modelagem em um curso de matemática aplicada.

É uma pesquisa que visa questões cognitivas no contexto localizado da sala de aula de matemática, na qual se assumirá que o desenvolvimento cognitivo das pessoas

² Escola neste caso refere-se a todos os níveis e instituições constituídas para desenvolver processos educativos.

está em relação dialógica com sua atividade social. Em outras palavras, o conhecimento e a aprendizagem da álgebra dos alunos será investigada na prática localizada na sala de aula, pois como indica Chaiklin e Lave, “não existe aprendizagem *sui generis*, senão uma mutável participação nos ambientes culturalmente determinados na vida cotidiana” (CHAIKLIN; LAVE, 2001, tradução nossa, grifos do autor, p. 17), portanto, ao descrever e analisar a participação das pessoas nas ações práticas no mundo está-se realmente analisando as características do conhecimento por ele constituído e sua aprendizagem.

Assim, embasado na perspectiva pedagógica da Modelagem matemática, a pergunta orientadora da pesquisa é: *quais práticas algébricas constituem os alunos do primeiro ano de Biologia quando realizam atividade de Modelagem matemática no contexto de um curso de matemática aplicada?* Coerente com a pergunta, o objetivo da pesquisa será investigar as práticas algébricas que os sujeitos constituem quando realizam atividade de Modelagem matemática.

3- Referencial Teórico

Uma perspectiva na qual se apoia atualmente a educação matemática para tentar oferecer respostas relacionadas com a formação dos sujeitos, a constituição de conhecimento e a aprendizagem da matemática é a perspectiva histórico-cultural da teoria da atividade situada (KOZULIN, 2000; CHAIKLIN; LAVE, 2001; DANIELS, 2002; 2003; RADFORD, 2006; 2008; RADFORD; SCHUBRING; SEEGER, 2008; ROTH; RADFORD, 2011) Nessa perspectiva o conhecimento e a aprendizagem se entendem como a participação nos processos mutáveis da atividade humana. Assim, segundo Chaiklin e Lave

o conhecimento e a aprendizagem relacionam-se com as práticas das pessoas no mundo segundo quatro premissas: 1- o conhecimento sempre se constrói e se transforma ao ser usado; 2- a aprendizagem é parte integrante da atividade em e com o mundo em todo momento; 3- o aprendido é sempre complexamente problemático; 4- adquirir conhecimento não é absorvê-lo, pois o conhecimento se (re)contextualiza historicamente como produto das interações culturais e sociais. (CHAIKLIN; LAVE, 2001, p. 20, tradução minha)

Nesse sentido, os significados encontram-se no contexto das práticas e mudam historicamente de acordo com as mudanças dos instrumentos culturais (materiais e simbólicos) e das relações entre as pessoas, (RADFORD, 2004; 2008). Esse fato propõe que no conjunto de práticas situadas desenvolvidas pelos sujeitos faz sentido considerar

válido certo conhecimento, mas, de igual maneira, só certo conhecimento entendido como válido faz sentido a partir de algumas práticas.

A cognição e os atos produtivos dos sujeitos, portanto, não são neutros com relação às práticas, como tampouco aos instrumentos culturais com os quais são realizadas. Os instrumentos culturais podem ser entendidos como formas “visíveis” de sintetizar a história dos modos de uso que têm sido elaborados culturalmente por determinadas comunidades. Desse modo, quando os sujeitos realizam uma prática, eles constroem compromissos mútuos em e para as ações que serão realizadas: pontos de referência, perspectivas compartilhadas, instrumentos comuns e modos de uso dos instrumentos.

Nessa perspectiva, as práticas e os instrumentos que as mediam são unidade de análises para compreender o funcionamento do pensamento humano, não somente pela possibilidade de observar o que realizam as pessoas nos diferentes momentos históricos, senão também porque fornecem alternativas de reconhecimento de como e por que foram realizadas (RADFORD 2006).

Desse modo, a aprendizagem e o conhecimento matemático constituído no contexto escolar devem ser estudados nas práticas da sala de aula. No entanto, por ser a sala de aula um espaço social impregnada das tensões geradas por interesses individuais e coletivos, a atividade matemática escolar está condicionada pela relação entre esses coletivos que produzem, reproduzem e transformam as práticas sociais em geral. Em outras palavras a atividade matemática escolar é situada, mas não isolada. Assim, fez sentido perguntar pelas características que tem essa particular atividade que acontece nesse particular contexto.

4- Metodologia e procedimentos de análises.

4.1. Metodologia

Como já foi colocado, o interesse dessa pesquisa está em investigar as características das práticas algébricas que constitui um grupo de alunos quando realizam a atividade de Modelagem matemática, considerando que o conceito de prática sugere fazer algo, mas que esse fazer está condicionado por contextos históricos e sociais que oferecem significados aos fatos. Procura-se assim, realizar uma análise interpretativa relacionada com o tipo de práticas desenvolvidas pelo grupo de alunos considerando que a prática é situada na sala de aula e assume-se a Modelagem como uma perspectiva pedagógica.

Nesse sentido, a abordagem metodológica será qualitativa sob uma perspectiva sociocultural (DENZIN; LINCOLN, 2000), na medida em que seguindo a Biklen (1994, apud BORBA; ARAÚJO, 2004, p. 24) será uma pesquisa que estará preocupada por significados, caracteriza-se por ser descritiva, interessa-se mais pelo processo do que pelos resultados, os dados são coletados num ambiente natural e serão analisados de forma indutiva.

Os participantes da pesquisa serão alunos de uma turma de primeiro ano de Biologia quem cursaram uma disciplina de matemática aplicada ministrada por meu orientador. Nesse contexto os alunos são convidados a desenvolver um projeto de Modelagem matemática relacionado com uma temática escolhida de seu próprio interesse. Com base na perspectiva histórico-cultural da teoria da atividade situada, investigarei como nas relações inter-subjetivas entre professor e alunos, mediados por instrumentos culturais (materiais e simbólicos) e por interesses e motivos (individuais e coletivos), os alunos constituem práticas algébricas como uma das práticas sociais situadas no contexto da atividade Modelagem. Assim, segundo a teoria da atividade, são objeto de análise as inter-relações entre interesses, motivos, ações, operações, objeto e instrumentos.

A escolha da temática, o reconhecimento e delimitação da situação problema, as ideias e conceitos desenvolvidos para responder à situação problemática, as orientações e os instrumentos culturais utilizados serão aspectos para analisar. De igual maneira, serão objeto de análises as formas de medição de grandezas, formulação de hipóteses, construção de proposições e simplificações, estabelecimento de conjecturas, estudo de variações, reconhecimento de padrões, construção de exemplificações entre outras ações nas quais os sujeitos participantes estarão envolvidos.

Para coletar os dados serão utilizados instrumentos que permitam revisar em vários momentos e a partir de ângulos diferentes os acontecimentos vividos no processo. Alguns desses instrumentos serão: filmagem das atuações em sala de aula, gravações de conversas dentro e fora da sala de aula, observações não estruturadas, análises documentais das produções escritas, entre outras.

4.2. Procedimentos de análise

Segundo Creswell (2007), em uma pesquisa qualitativa os processos de produção de dados, análises e escrita do reporte da pesquisa são passos intimamente relacionados e frequentemente são realizados simultaneamente. Assim, o processo de

análise iniciou no segundo semestre do ano 2012 enquanto acompanho o desenvolvimento das aulas mencionadas previamente, focando a atenção principalmente em três elementos: os artefatos culturais físicos e simbólicos utilizados no processo (linguagem, símbolos, gestos, software etc.); as condições de legitimação das ações desenvolvidas; e as relações intersubjetivas dos participantes. Na medida em que se descrevem os significados encontrados nas práticas desenvolvidas, serão estudadas as formas de constituição das possíveis práticas algébricas.

Dessa forma entende-se que as práticas constituem-se em uma relação dialética entre os indivíduos e os coletivos. Segundo a teoria da atividade situada, o processo desenvolve-se no contexto de um sistema de atividades. O professor, por exemplo, realiza atividades com interesses, motivos, objetos e operações particulares que nem sempre coincidem com os componentes da atividade dos alunos e, inclusive, as práticas dos alunos nem sempre coincidem ainda estando no mesmo contexto. Interpretando Radford e Roth (2011), de um lado há perspectivas e entendimentos que os indivíduos articulam de uns com outros em e através de suas ações (físicos, discursivos, gestuais etc.), e de outro, há limitações que no nível coletivo “regula” as formas de inter-relação entre as pessoas (professor e alunos) que desenvolvem as atividades.

A informação será transcrita e organizada sistematicamente para ser lida e analisada o número de vezes que seja pertinente. O propósito será construir códigos ou categorias através de diferentes níveis de descrição, classificação e interpretação da informação. O diálogo com a literatura específica relacionada com o desenvolvimento do pensamento algébrico e as teorias socioculturais será uma estratégia presente em todo o processo, mas utilizando os fundamentos da lógica dialética.

Assim, entendo que as práticas dos sujeitos estão condicionadas por um conjunto de tensões relacionadas com o contexto histórico e cultural. Tensões que geraram a necessidade de assumir os sujeitos não somente como seres racionais, mas também seres sociais, com sentimentos, consciência e subjetivos. Sujeitos que além de se constituir em interação com os demais em contextos sociais em permanente mudança, são históricos e inacabados (Freire 1996) e, portanto, mais que totalmente coerentes estão caracterizados pela contradição e a incerteza.

5- Considerações finais

A intenção com este texto foi mostrar as imbricações dos três aspectos que constituem meu trabalho: a modelagem matemática, a álgebra escolar e a teoria da atividade situada. A pesquisa em andamento busca compreender as características das práticas algébricas constituídas por um grupo de alunos quando realizam atividade modelagem matemática.

Segundo a perspectiva histórico-cultural, uma prática é entendida como um fazer intencionado, histórica e culturalmente situada. Assim, quando se assume a perspectiva pedagógica da modelagem entende-se que é uma atividade que acontece situada em um contexto escolar e está impregnada de uma dupla intenção: formar cidadãos críticos e autônomos e aprender matemática. Por tanto, ainda estando situada na sala de aula, é uma atividade que vai além respondendo a interesses sociais e políticos, e está condicionada pelas tensões que emergem das relações entre indivíduos e coletivos, professor e alunos principalmente.

Desse modo, apresentou-se a teoria da atividade situada para mostrar que investigar as características das práticas algébricas que constituem os alunos nessa complexidade da sala de aula quando são convidados a realizar atividade modelagem, responde mais a relações dialéticas entre indivíduos, coletivos e instrumentos culturais, que a relações meramente de causa-efeito.

Referências

ARAÚJO, J. D. L. Brazilian research on modelling in mathematics education. **ZDM Mathematics Education**, p. 337-348, 2010.

BALVIN, F. P. et al. **Pensamiento variacional y razonamiento algebraico**. Medellín: Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia, 2006.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores**. 2001. IGCE, UNESP - Rio Claro, SP, <http://www.rc.unesp.br/gpimem/teses.php>.

BIEMBENGUT, M. S. Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira XIII Conferencia Interamericana de Educaçõa Matemática, 2011.

BLUM, W. et al. **Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study**. New York: Springer, 2007.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction **Educational Studies in Mathematics**, v. 1, n. 22, p. 37-68, 1991.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation.** 2005.

BORBA, M. D. C.; ARAÚJO, J. D. L. **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Autêntica, 2004.

CAI, J.; KNUTH, E. **Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives.** Springer, 2011.

CRESWELL, J. W. **Qualitative inquiry and research desing: Choosing among five approaches.** California: Sage Publications, 2007.

CHAIKLIN, S.; LAVE, J. **Estudiar las prácticas: perspectivas sobre actividad y contexto.** Buenos Aires: Amorrortu editores, 2001.

D'AMBRÓSIO, U. Literacy, matheracy and technocracy: a trivium for today **Mathematical thinking and learning** v. 1, p. 131-153, 1999.

DANIELS, H. **Uma introdução a Vygotsky.** São Paulo, Brasil: Edições Loyola, 2002.

_____. **Vygotsky y la pedagogía.** Barcelona: Paidos, 2003. ISBN 84-493-1400-3.

DENZIN, N.; LINCOLN, Y. **Handbook of qualitative research.** Sage Publications, 2000.

GODINO, J. D. et al. Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental **Bolema**, v. 26 Nro. 42B, p. 483-511, 2012.

KAISER, G. et al. **Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA 14.** Springer, 2011.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KIERAN, C. The core of algebra: reflections on its main activities. In: STACEY, K.;CHICK, H., et al (Ed.). **The future of the teaching and learning of algebra: the 12th ICMI study**, 2004. cap. 2, p.21-33.

KIERAN, C.; N., B.; LEE, L. **Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching.** Kluwer Academic Publish, 1996.

KOZULIN, A. **Instrumentos psicológicos: la educación desde una perspectiva sociocultural.** Barcelona: Paidós Ibérica, 2000.

LAVE, J. **Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life.** Cambridge University Press, 1988.

LESH, R. et al. **Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies -ICTMA 13-** Springer, 2010.

MALHEIROS, A. P. D. S. **Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem.** 2008. (Doutorado). IGCE, UNESP - Rio Claro, SP, <http://www.rc.unesp.br/gpimem/teses.php>.

MEYER, J. F. D. C. D. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. D. S. **Modelagem em Educação Matemática.** Autêntica, 2011. ISBN 978-85-7526-590-1.

RADFORD, L. **Semiótica Cultural Y Cognición.** Conferencia plenaria dada en la Decimoctava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. México 2004.

_____. Elementos de una teoría cultural de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, p. 103-129, 2006.

_____. The ethics of being an knowing: Towards a cultural theory of learning. In: RADFORD, L.;SCHUBRING, G., *et al* (Ed.). **Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom and Culture**, 2008. ISBN 978-90-8790-595-8.

RADFORD, L.; ROTH, W.-M. **A Cultural-Historical Perspective on Mathematics Teaching and Learning** 2011.

RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. **Semiotics in mathematics Education: Epistemology, histoy, Classroom and culture.** Sense Publishers, 2008.

ROTH, W.-M.; RADFORD, L. **A Cultural-Historical Perspective on Mathematics Teaching and Learning** Sense Publishers 2011.

SKOVSMOSE, O. **Towards a philosophy of critical mathematical education** Dordrecht Kluwer 1994.

STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. **The future of the learning and teaching of algebra: the 12th ICMI study.** Kluwer Academic Publishers, 2004.

WINBOURNE, P. Looking For Learning In Practice: How Can This Inform Teaching In: WATSON, A. e WINBOURNE, P. (Ed.). **New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education** 2008. cap. 5, p.79-102.