



CRİPTOGRAFIA E MATRIZES: UMA POSSIBILIDADE PARA O ENSINO MÉDIO

Bárbara Elisa Kranz¹

Clarissa de Assis Olgin²

Implementação Curricular em Matemática

Resumo: A Criptografia garante a seguridade e privacidade das informações transmitidas entre indivíduos e, atualmente, está presente em várias áreas, como recursos humanos, compra e vendas via internet, registros financeiros, redes sociais e entre outras. Os documentos curriculares brasileiros salientam a importância de abordar os conteúdos matemáticos de forma contextualizada, por meio de Temas Contemporâneos Transversais, visto que possibilitam a formação integral dos estudantes para atuar na sociedade. Para subsidiar o trabalho com o tema Criptografia e o conteúdo de matrizes apoiou-se no trabalho de Olgin (2015) e em documentos oficiais brasileiros. O objetivo desse artigo é discutir sobre o tema Criptografia e sua importância para o desenvolvimento de atividades contextualizadas por meio do mesmo, no Currículo de Matemática. A metodologia desse trabalho foi a pesquisa qualitativa que por meio de uma análise descritiva buscou-se compreender e descrever os dados dando significado ao objeto de estudo. Como resultado, se tem a apresentação de atividades didáticas para o desenvolvimento do conteúdo de matrizes aliado ao tema Criptografia, com o uso de planilhas eletrônicas.

Palavras Chaves: Currículo. Criptografia. Matrizes. Planilhas eletrônicas. Ensino Médio.

Introdução

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), traz, em sua resolução, que é dever dos sistemas e redes de ensino, incorporarem em seus currículos temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global (BRASIL, 2018). Com isso, a BNCC, apresenta os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), que visam trazer temas que sejam de interesse para os estudantes e que tenham relevância para a sua formação como cidadão (BRASIL, 2019).

Em sua Tese de Doutorado, Olgin (2015) apresenta os Temas de Interesse que são assuntos relevantes para a formação dos alunos e que possibilitem o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática do Ensino Médio. Desta forma, a

¹ Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). E-mail: barbaraelisa13@hotmail.com

² Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). E-mail: clarissa_olgin@yahoo.com.br

pesquisadora propõe uma classificação desses temas, sendo foco deste trabalho a temática Contemporaneidade, que contempla temas advindos da vida da sociedade.

Segundo Carneiro (2015), a Criptografia surgiu da necessidade de enviar informações para outras pessoas, sem que fossem descobertas e alteradas suas informações, e consiste em “estudar métodos ou técnicas que tornam o conteúdo de mensagens incompreensíveis às pessoas não autorizadas ao mesmo tempo permitindo que os destinatários recuperem a mensagem original” (CARNEIRO, 2015, p. 3).

Assim, a Criptografia garante a segurança e privacidade das informações transmitidas entre indivíduos, o que de acordo com Urgellés (2018), se torna indispensável com o avanço das tecnologias. Atualmente, está presente em várias áreas, como recursos humanos, compra e vendas via internet, registros financeiros, redes sociais, entre outras.

A Criptografia possibilita a aplicabilidade de conteúdos matemáticos como aritmética, aritmética modular, função afim, função quadrática, função logarítmica, função exponencial, matrizes e polinômios, de forma contextualizada, pois está presente no cotidiano da sociedade e proporciona o desenvolvimento de atividades.

Assim, apresenta-se nesse artigo uma proposta de atividades que envolva o conteúdo de matrizes de forma contextualizada aliado ao tema Criptografia com o uso de planilhas eletrônicas, como salienta os documentos curriculares nacionais (BRASIL, 2018, 2019).

Temáticas e o Ensino de Matemática

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Lei 9394/96) já indicava a necessidade de ter uma Base Nacional Comum e diversificada para o Currículo da Educação Básica, que possibilitasse atender às necessidades de cada região do país. Desta forma, em 1997, teve-se os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que recomendavam os Temas Transversais, de forma a reestruturar o sistema de ensino, viabilizando no currículo o trabalho com questões sociais (BRASIL, 1997). Para tanto, foram utilizados, como critérios de escolhas dos Temas Transversais a urgência social, a abrangência nacional, a possibilidade de ensino e aprendizagem no Ensino Fundamental, o favorecimento a compreensão da realidade e a participação social.

Em 1998, as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, já estabeleciam a divisão do currículo em áreas de conhecimento (Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciência da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias) para que possibilitassem as práticas escolares interdisciplinares nas áreas (BRASIL, 1998). Dessa maneira, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), indicam a necessidade de desenvolver os conteúdos de forma interdisciplinar, de modo que os estudantes possam perceber a relação entre os conteúdos nas áreas do conhecimento (BRASIL, 2000). Para isto, os PCNEM trazem o conceito de interdisciplinaridade:

O conceito de interdisciplinaridade fica mais claro quando se considera o fato trivial de que todo conhecimento mantém um diálogo permanente com outros conhecimentos, que pode ser de questionamento, de confirmação, de complementação, de negação, de ampliação, de iluminação de aspectos não distinguidos (BRASIL, 2000, p. 75).

Assim, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, também indicam a importância de incentivar o trabalho interdisciplinar no Currículo do Ensino Médio, porque permite aos estudantes a contextualização dos conhecimentos escolares (BRASIL, 2006). Agora, a BNCC traz que é dever dos sistemas e redes de ensino, incluindo as escolas, “[...] incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora” (BRASIL, 2018, p. 19).

Para tanto, a BNCC apresenta dez competências gerais que devem ser desenvolvidas ao longo das três etapas da Educação Básica pelos estudantes, sendo elas:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar situações (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica,

significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. 8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas. 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza. 10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários (BRASIL, 2018, p. 9-10).

Ainda, traz como definição de competência “[...] a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p. 8). Destaca que “[...] as escolas precisam elaborar propostas pedagógicas que considerem as necessidades, possibilidades e os interesses dos estudantes, assim como suas identidades linguísticas, étnicas e culturais” (BRASIL, 2018, p. 15). E menciona, também, que “[...] a educação tem um compromisso com a formação e o desenvolvimento humano global, em suas dimensões intelectual, física, afetiva, social, éticas, moral e simbólica” (BRASIL, 2018, p. 16).

Portanto, a BNCC traz em sua resolução os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) que:

[...] buscam uma contextualização do que é ensinado, trazendo temas que sejam de interesse dos estudantes e de relevância para seu desenvolvimento como cidadão. O grande objetivo é que o estudante não termine sua educação forma tendo visto apenas conteúdos abstratos e descontextualizados, mas que também reconheça e aprenda sobre temas que são relevantes para sua atuação na sociedade (BRASIL, 2019, p. 7).

Os TCTs visam assuntos que relacionem temas da contemporaneidade e assuntos que possam ser trabalhados de forma transversal entre as áreas do conhecimento, de forma a abranger a realidade dos estudantes. São temas que

representam a vivência da comunidade escolar em seu dia a dia e que influenciam o processo escolar.

Diferente dos Temas Transversais, os TCTs são divididas em seis macroáreas temáticas (Meio Ambiente, Economia, Saúde, Cidadania e Civismo, Multiculturalismo e Ciência e Tecnologia), das quais englobam quinze Temas Contemporâneos (Ciência e Tecnologia, Direitos da Criança e do Adolescente; Diversidade Cultural, Educação Alimentar e Nutricional, Educação Ambiental; Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras; Educação em Direitos Humanos; Educação Financeira; Educação Fiscal; Educação para o Consumo; Educação para o Trânsito; Processo de envelhecimento, respeito e valorização do Idoso; Saúde; Trabalho e Vida Familiar e Social). E de acordo com a BNCC, os TCTs são considerados conteúdos para a Educação Básica, pois contribuem para o desenvolvimento de habilidades relacionadas aos componentes curriculares. Isto porque

[...] os estudantes têm direito a uma formação que os possibilite interagir de forma ativa com a vida social e com o mundo do qual fazem parte, a incorporação desses assuntos contribui para que os conteúdos científicos (também essenciais) se integrem aos conteúdos sociais e políticos. Contudo, manteve-se a orientação de que os sistemas de ensino trabalhem esses temas de forma transversal, por meio de abordagens intra, inter e transdisciplinares (BRASIL, 2019, p. 14).

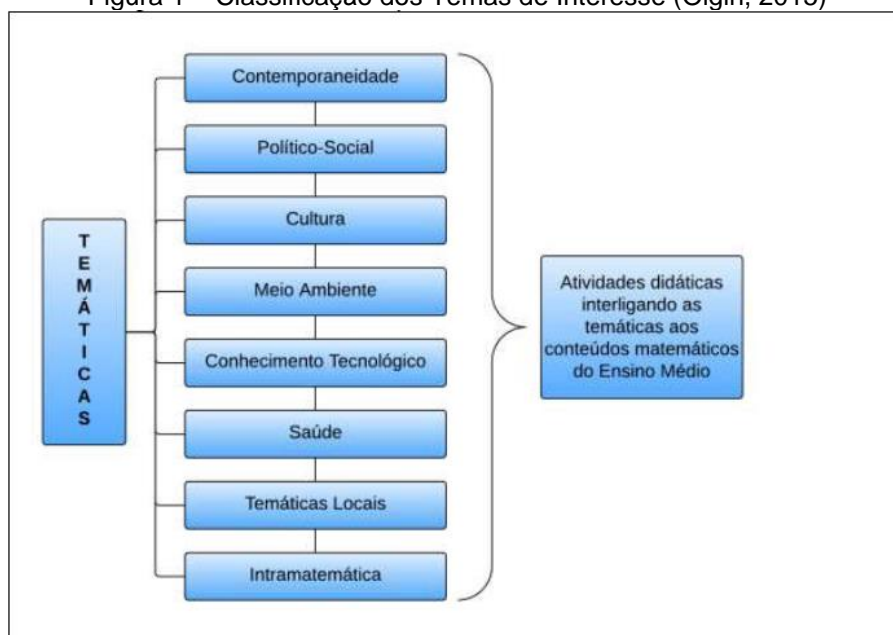
Assim, a abordagem intradisciplinar relaciona os TCTs de forma integrada aos conteúdos de cada área do conhecimento. Enquanto, a interdisciplinaridade relaciona as áreas do conhecimento de forma que haja uma interação entre elas para se desenvolver os TCTs. E a abordagem transdisciplinar ultrapassa as barreiras impostas pelos conteúdos escolares, reduzindo a fragmentação do conhecimento.

A BNCC, na Área da Matemática e suas Tecnologias, no que compete ao Ensino Médio, busca, a partir do que já foi desenvolvido no Ensino Fundamental, “[...] possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade” (BRASIL, 2018, p. 527). De acordo com a BNCC, para que os estudantes alcancem esse objetivo é necessário desenvolver as competências de raciocinar, representar, comunicar e argumentar. E para isso, é fundamental as habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para que se consiga atingir tais competências e habilidades, a BNCC apresenta cinco competências específicas para

a Área da Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio, que visam a “[...] articulação com as competências gerais da Educação Básica e com as da área de Matemática do Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018. p. 531).

Buscando subsídio para desenvolver os conteúdos matemáticos de forma contextualizada, Olgin (2015) apresenta em sua Tese de Doutorado os Temas de Interesse e os conceitua como sendo “[...] assuntos relevantes para a formação do estudante, temas modernos e que possam potencializar o Currículo de Matemática do Ensino Médio, permitindo o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos” (OLGIN, 2015, p. 65). Para a pesquisadora, os Temas de Interesse proporcionam aos estudantes “[...] valores sociais, culturais, políticos, econômicos, de forma a atender as necessidades e objetivos dos sujeitos envolvidos nessa relação, que permitam a formar um cidadão atuante e comprometido” (OLGIN, 2015, p. 65). Desta maneira, Olgin (2015) propõe uma classificação dos Temas de Interesse (Figura 1), de forma a contemplar, no Currículo de Matemática, “[...] uma Educação Crítica, transformadora, reflexiva, rica em contextos, permitindo ao estudante envolver-se em cada assunto de forma a revisar, aprofundar, exercitar e estudar os conteúdos da Área da Matemática” (OLGIN, 2015, p 130).

Figura 1 – Classificação dos Temas de Interesse (Olgin, 2015)



Fonte: Olgin, 2015, p. 131.

Dentre as temáticas apresentadas por Olgin (2015), destaca-se a temática Contemporaneidade, pois possibilita a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos na

vida da sociedade atual de forma contextualizada. A partir desta temática, a pesquisadora traz a Criptografia como um dos temas a serem desenvolvidos com os estudantes, visto que permite o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos de: aritmética, aritmética modular, função linear, função quadrática, função exponencial, função logarítmica, matrizes e polinômios.

A partir dos da temática Contemporaneidade apresentada por Olgin (2015) e de acordo com os documentos curriculares nacionais (BRASIL, 1996, 1997, 1998, 2000, 2006, 2018, 2019), entende-se a necessidade de abordar os conteúdos matemáticos de forma contextualizada. Assim, entende-se que a Criptografia pode ser trabalhada com os estudantes do Ensino Médio, visto que apresenta a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos e os contextualiza.

Atividades com o tema Criptografia e o conteúdo de matrizes

Para desenvolver os conteúdos de forma contextualizada, buscou-elaborar atividades que abordem o tema Criptografia aliado ao conteúdo de matrizes, desenvolvido no Ensino Médio. Desta maneira, as atividades foram divididas em dois momentos. A primeira apresenta atividades que envolvem cifras que foram utilizadas a milênios.

Entre as competências gerais apresentadas pela BNCC, está a valorização e utilização dos conhecimentos construídos historicamente, visto que estes possibilitam entender e explicar a realidade (BRASIL, 2018). A Criptografia tem vestígios desde o sistema de escrita hieroglífica dos egípcios e dos romanos, os quais utilizavam-se da Criptografia para transmitir, a partir de códigos secretos, seus planos de batalha (TAMAROZZI, 2001). O quadro 1 apresenta as atividades construídas a partir de cifras históricas.

Quadro 1 – Atividades das Cifras de Vegenère, AFDGVX e Playfair.

Atividade	Descrição
Cifra de Vegenère	Conhecer e aplicar os procedimentos utilizados para codificar e decodificar utilizando a Cifra de Vegenère.
Cifra de AFDGVX	Conhecer e aplicar os procedimentos utilizados para codificar e decodificar utilizando a Cifra de AFDGVX.
Cifra de Playfair	Conhecer e aplicar os procedimentos utilizados para codificar e decodificar utilizando a Cifra de Playfair.

Fonte: as autoras.

A Cifra de Vegenère trata-se de uma criptografia polialfabética que é composto por “um alfabeto simples de n caracteres sob os quais n alfabetos criptografados eram distribuídos, cada um deles deslocando uma letra para a esquerda” (URGELLÉS, 2018, p. 49, tradução nossa). A Figura 2, apresenta o quadro de Vegenère.

Figura 2 – Quadro de Vegenère.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Fonte: adaptado de URGELLÉS (2018, p. 49).

Apresenta-se a seguir, uma atividade desenvolvida a partir da Cifra de Vegenère (Figura 3).

Figura 3 – Atividade sobre a Cifra de Vegenère

CIFRA DE VEGENÈRE

Aurora está encantado com sua nova descoberta: a **CRIOGRAFIA**. Desde então, vem lendo tudo sobre o assunto. Em uma de suas leituras, se deparou com um método de codificação chamado de **CIFRA DE VEGENÈRE**.

Essa cifra consiste em um quadro de 26x26, na qual o alfabeto está distribuído de 26 formas diferentes. Para decodificar uma mensagem codificada pela Cifra de Vegenère é necessário uma palavra-chave, a qual cada letra desta palavra corresponderá a uma letra da mensagem e você a deverá repeti-la até que a mensagem acabe. Então, basta você procurar no quadro de Vegenère, na linha que corresponde a letra da palavra-chave, a letra da mensagem. Assim, a coluna na qual se encontra a letra da mensagem, é a letra correspondente a mensagem original.

Depois de muito estudo Aurora decidiu aplicar seus conhecimentos com seus colegas de aula. Pensou em unir seus dois hobbies favoritos, filmes e criptografia. Assim propôs o seguinte enigma aos seus colegas: "Estou enviando uma mensagem secreta para você. Essa mensagem foi extraída de um filme que eu gosto muito. Para a descobrir você terá que aplicar a CIFRA DE VEGENÈRE, sabendo que a palavra-chave é **FILME**. A mensagem é **'HWYFMSCPMRFLD'**."

Fonte: as autoras.

Para decodificar a mensagem enviada devem-se observar os seguintes passos: cada letra da palavra-chave corresponderá a uma letra da mensagem, assim deve-se repetir até que a mensagem acabe, conforme a Figura 4.

Figura 4 – Associando a palavra-chave e a mensagem codificada.

PALAVRA-CHAVE		F	I	L	M	E	F	I	L	M	E	F	I	L	M
MENSAGEM CODIFICADA		H	W	Y	F	M	S	C	P	M	R	F	L	L	D

Fonte: as autoras.

O próximo passo é separar no quadro de Vegenère as linhas que correspondem às letras da palavra-chave.

Figura 5 – Separando as letras da palavra-chave.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Fonte: as autoras.

Em seguida, se procura na linha da palavra-chave a letra da mensagem codificada, por exemplo, “F-H” (Figura 6). Dessa forma, a coluna, na qual se encontra a letra da mensagem codificada, é a letra original da mensagem.

Figura 6 – Buscando a letra original.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Fonte: as autoras.

A de codificação de toda a mensagem é apresentada na Figura 7.

Figura 7 – Decodificação da mensagem.

PALAVRA-CHAVE	F	I	L	M	E	F	I	L	M	E	F	I	L	M
MENSAGEM CODIFICADA	H	W	Y	F	M	S	C	P	M	R	F	L	L	D
MENSAGEM DECODIFICA	C	O	N	T	I	N	U	E	A	N	A	D	A	R

Fonte: as autoras.

A segunda envolve atividades que relacionam o conteúdo de matrizes ao tema Criptografia buscando explorar os recursos das planilhas eletrônicas, isto porque essa ferramenta nos permite realizar os cálculos de matrizes. Ainda, a utilização de planilhas eletrônicas vai ao encontro das competências gerais da BNCC, que salienta a importância do estudante compreender e utilizar tecnologias digitais de forma a produzir conhecimentos e resolver problemas (BRASIL, 2018). Assim, o quadro 2 apresenta as atividades construídas relacionando o conteúdo de matrizes a criptografia.

Quadro 2 – Atividades relacionando o conteúdo de matrizes e a Criptografia.

Atividade	Descrição
Adição de matrizes e criptografia	Atividade que explora as operações de adição e matriz inversa.
Subtração de matrizes e criptografia	Atividade que explora as operações de subtração e matriz inversa.
Multiplicação de matrizes e criptografia	Atividade que explora as operações de multiplicação e matriz inversa.
Multiplicação por escalar, adição de matrizes e criptografia	Atividade que explora as operações de adição, multiplicação por escalar e matriz inversa.
Multiplicação por escalar, subtração de matrizes e criptografia	Atividade que explora as operações de subtração, multiplicação por escalar e matriz inversa.

Fonte: as autoras.

Apresenta-se a seguir, uma atividade desenvolvida utilizando a operação de adição de matrizes. A Figura 8, apresenta o alfabeto codificador e decodificador desenvolvido para a realização das atividades.

Figura 8 – Atividade de adição de matrizes e criptografia.

ALFABETO CODIFICADOR E DECODIFICADOR

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14	17	16
O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	Ç	*
19	18	21	20	23	22	25	24	27	26	29	28	31	30

Observação: O símbolo * será utilizado para simbolizar um espaço entre as palavras.

Fonte: as autoras.

A atividade 1 consiste em o estudante transformar a mensagem dada em uma matriz de ordem $m \times n$ de maneira que esta possa ser adicionada com a matriz A (Figura 9).

Figura 9 – Atividade 1.

ATIVIDADE 1

A matriz mensagem codificada tem seus elementos distribuídos em **coluna**. Os elementos da matriz codificada são:

| 12 | 7 | 6 | 4 | 18 | 5 | 16 | 2 | 17 | 9 |

A chave de decodificação será a **transposta** da matriz A em uma operação de **adição** com a matriz mensagem.

MATRIZ A	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">11</td><td style="padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">6</td><td style="padding: 5px;">1</td><td style="padding: 5px;">12</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">6</td><td style="padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">3</td><td style="padding: 5px;">5</td><td style="padding: 5px;">10</td> </tr> </table>	11	2	6	1	12	6	4	3	5	10	Encontre a mensagem codificada.
11	2	6	1	12								
6	4	3	5	10								

Fonte: as autoras.

Para que seja possível decodificar a mensagem dada, é necessário operar a matriz da mensagem com a matriz transposta da matriz A (chave de codificação). Nesta parte da atividade, o estudante deve lembrar os conceitos estudados sobre matriz transposta (Figura 10).

Figura 10 – Trabalhando conceito de matriz transposta.

ENCONTRE A MATRIZ TRANSPOSTA

Comece a matriz corresponde da **matriz transposta da matriz A** pela célula S6.

Matriz Transposta de	A	11	6		
		2	4		
		6	3		
		1	5		
		12	10		

Fonte: as autoras.

O estudante deve pegar a mensagem enviada e transformá-la em uma matriz, lembrando que seus elementos estão distribuídos em coluna. Nesta parte da atividade, o estudante deve relembrar os conceitos estudados sobre adição de matrizes (Figura 11).

Figura 11 – Transformando a mensagem em matriz.

MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM

Lembre-se que os elementos estão distribuídos em coluna, comece pela célula S20.

Matriz Mensagem		12	5		
		7	16		
		6	2		
		4	17		
		18	9		

Fonte: as autoras.

Para que seja possível descobrir a matriz original, é necessário que o estudante adicione a transposta da matriz A com a matriz mensagem. Nessa parte da atividade, o estudante deve relembrar os conceitos de definição de adição de matrizes (Figura 12).

Figura 12 – Trabalhando com o conceito de adição de matrizes.

REVELE A MATRIZ ORIGINAL

Comece a matriz correspondente a **matriz original** pela célula **AA7**.

Matriz Original	23	11
	9	20
	12	5
	5	22
	30	19

Fonte: as autoras.

Após a adição das matrizes, o estudante utilizará o alfabeto codificador e decodificar dado no início da atividade, para transformar os elementos da matriz nas letras correspondentes e revelar a mensagem. Para isto, deverá lembrar que a mensagem está escrita em coluna (Figura 13)

Figura 13 – Revelando a mensagem.

QUAL É A MENSAGEM?

SEJA GRATO

Fonte: as autoras.

De acordo com os exemplos, é possível criar uma sequência didática com o conteúdo matrizes aliada ao tema criptografia, com o uso de planilhas eletrônicas.

Conclusão

De acordo com a BNCC é preciso contextualizar os conteúdos matemáticos do Ensino Médio (BRASIL, 2018). Apoiada no documento oficial que indica o trabalho por meio de TCTs (BRASIL, 2019) e na pesquisa de Olgin (2015) sobre Temas de Interesse, conseguiu-se relacionar os conteúdos de matrizes ao tema Criptografia, por meio de atividades didáticas que podem ser utilizadas pelos professores como um recurso potencializador no processo de ensino e aprendizagem, tendo em vista que o conteúdo matemático é apresentado relacionando a teoria e a sua aplicação. Além disso, a BNCC apresenta em suas dez competências gerais, a competência cinco,

referente a utilização das tecnologias digitais de forma crítica, significativa e reflexiva para produzir conhecimentos e resolver problemas (BRASIL, 2018). Em vista disso, utilizaram-se as planilhas eletrônicas como um recurso tecnológico, para explorar os cálculos envolvendo as operações com matrizes nessa ferramenta, além de oportunizar o contato dos estudantes com as tecnologias digitais.

Referências

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL, LEI 9394, de 20 de dezembro de 1996. **Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm> Acesso em: 01 jul. 2019.

_____. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: apresentação dos temas transversais, ética**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1998.

_____. Ministério da Educação, Secretária de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

_____. Secretária de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

_____. Ministério da Educação. **Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos**. Brasília: MEC, 2019.

CARNEIRO, F. J. F. **Criptografia e a Teoria dos Números**. São Paulo: Editora Ciência Moderna, 2015.

OLGIN, C. A. **Critérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no Currículo de matemática do Ensino Médio**. 2015. 265 f. Tese (Doutorado) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Canoas, 2015.

TAMAROZZI, A. C. **Codificando e decifrando mensagens**. Revista do Professor de Matemática, n. 45, 2011.

URGELLÉS, J. G. **Matemática y códigos secretos**. Barcelona: RBA Libros, 2018.