5 FÓRUM NACIONAL sobre Currículos de Matemática: Práticas Educativas em Pesquisa e Educação Matemática

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

Comunicação Científica

COMBINATÓRIA NOS ANOS FINAIS: O CURRÍCULO PRESCRITO PRÉ E PÓS BNCC

EWELLEN TENORIO DE LIMA[1]

Comparações entre Currículos de Matemática

Resumo: Apresenta-se um recorte de uma pesquisa de tese[2] que tem por objetivo investigar Combinatória, Probabilidade e suas articulações em currículos prescritos e apresentados aos Anos Finais, visando a construção de uma proposta que favoreça o ensino de ambas as áreas. No presente texto, volta-se o olhar para como o trabalho com a Combinatória aparece em documentos oficiais nacionais que serviram, em diferentes momentos, de base orientadora à elaboração dos currículos prescritos estaduais e municipais: os PCN e a BNCC. À luz dos aportes teóricos adotados, voltou-se o olhar para as orientações referentes às situações combinatórias a serem trabalhadas, bem como se estão postas discussões sobre os invariantes de tais situações e sobre as representações simbólicas que podem ser utilizadas na resolução de problemas combinatórios. Constatou-se que os dois documentos apresentam fragilidades em suas orientações dado o tripé considerado na análise, visto que, nos Anos Finais, a consolidação de conhecimentos referentes aos diferentes tipos de problemas combinatórios, bem como do uso de representações como a listagem, a árvore de possibilidades e o princípio fundamental da contagem é essencial ao trabalho com problemas combinatórios mais complexos no Ensino Médio. Destaca-se, ainda, ao comparar tais documentos, que há grande perda na área da Matemática investigada dada a superficialidade com a qual as orientações são apresentadas no documento mais recente, deixando em aberto aos currículos prescritos construídos a partir deste dar maior destaque (ou não) às particularidades do trabalho com a Combinatória.

Palavras Chaves: Combinatória. Anos Finais. Currículo Prescrito. PCN. BNCC.

INTRODUÇÃO

Currículo possui diferentes definições na literatura. Um aspecto comum, fruto do consenso entre diferentes teorias, aponta para a natureza cultural do currículo. Lopes e Macedo (2011) retratam tais confluências em uma definição de currículo atrelada à “ideia de organização, prévia ou não, de experiências/situações de aprendizagem realizada por docentes/redes de ensino de forma a levar a cabo um processo educativo” (p. 19).

A seleção cultural de conceitos e métodos que constituem um dado currículo não está separada, ainda, da intencionalidade do mesmo. Refletindo, assim, a sociedade na qual este currículo se aplica e o momento de sua vigência.

> [...] de um universo mais amplo de conhecimentos e saberes seleciona-se aquela parte que vai constituir, precisamente, o currículo. [...] a pergunta ‘o

[1] Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. ewellentlima@gmail.com

[2] Estudo em andamento sob a orientação da Professora Doutora Rute Borba. Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. resrborba@gmail.com

> quê?’ nunca está separada de uma outra importante pergunta: ‘o que eles ou elas devem se tornar?’. Afinal, um currículo busca precisamente modificar as pessoas que vão ‘seguir’ aquele currículo (SILVA, 2010, p. 15).

A análise de currículos nos dá importantes informações sobre os processos de ensino e de aprendizagem. No presente trabalho, volta-se o olhar, em específico ao currículo *prescrito*, à luz de Sacristán (2000). O currículo *prescrito* diz respeito às regulações às quais todo sistema educativo está submetido. Documentos oficiais que possuem caráter prescritivo atuam, assim, como referência para o sistema educacional como um todo – servindo, inclusive, de ponto de partida para a elaboração de materiais didáticos.

Tendo por base os aportes teóricos discutidos nas seções que seguem, este trabalho tem por foco a abordagem da Combinatória em currículos prescritos aos Anos Finais do Ensino Fundamental.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais não é específica da Matemática, “mas começou por ser elaborada a fim de explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espaço, da álgebra [...]” (VERGNAUD, 1996, p. 155). Tal teoria constitui, assim, um rico referencial teórico para pesquisas na área do ensino e da aprendizagem de conceitos matemáticos diversos.

Segundo Vergnaud (1996), um conceito é constituído por um tripé formado pelo conjunto das *situações* (*S*) que o atribuem sentido, pelo conjunto dos seus *invariantes* (*I*), isto é, suas propriedades imutáveis e pelo conjunto das *representações simbólicas* (*R*) utilizadas para representá-lo frente à resolução de um dado problema. Esse autor destaca, ainda, que “para estudar o funcionamento e o desenvolvimento de um conceito é necessário considerar estes três planos ao mesmo tempo” (p. 166).

É importante ressaltar que os conceitos não se desenvolvem independentemente. Os mesmos estão inseridos em campos conceituais, que se referem a “um conjunto de situações, cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão” (VERGNAUD, 1986, p. 10).

A área da Matemática foco do presente trabalho, a Combinatória, insere-se no campo conceitual das estruturas multiplicativas “conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações" (VERGNAUD, 1996, p. 167). Tal área da Matemática é apresentada a seguir.

COMBINATÓRIA

A Combinatória estuda os conjuntos discretos e as configurações que podem ser obtidas a partir de certas transformações que originam mudanças na estrutura da composição dos elementos desses conjuntos. Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) apontam que conhecimentos combinatórios são essenciais para que se possa "enumerar todos os modos possíveis em que um dado número de objetos pode ser combinado de maneira que se esteja seguro de que nenhuma das possibilidades foi omitida" (p. 17, tradução livre).

Os autores Morgado, Pitombeira de Carvalho, Pinto de Carvalho e Fernandez (1991) destacam que, dada a variedade de tipos de problemas combinatórios e os diversos contextos aos quais os mesmos se aplicam, "a solução de um problema combinatório exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema" (p. 2). Nesse sentido, é essencial que haja ampla compreensão das características de um dado problema para que seja possível eleger quais estratégias de resolução são viáveis, ou não, para resolvê-lo adequadamente.

Diversos autores (PIAGET; INHELDER, 1951; FISCHBEIN, 1975; LIMA, 2010; BORBA, 2016) têm apontado a importância da escolarização específica, bem como do contato ao longo do tempo, para o desenvolvimento do raciocínio combinatório, que permite que um indivíduo possa resolver variados tipos de problemas combinatórios, por meio de estratégias diversas. Corroborando tal defesa, e à luz da Teoria dos Campos Conceituais – afirma que a conceitualização se dá ao longo do tempo, a partir da experiência e do contato com problemas variados –, defende-se que diferentes tipos de *situações* combinatórias estejam presentes nas discussões em sala de aula ao longo de toda a escolarização básica, de maneira que se possa diferenciá-las, a partir da exploração e análise de seus *invariantes*, bem como fazer uso das *representações simbólicas* diversas e adequadas.

SITUAÇÕES COMBINATÓRIAS

Ao se falar em tipos de problemas combinatórios discutidos ao longo do presente texto, é adotada a classificação proposta por Borba (2010), que contempla a diversidade de *situações* combinatórias, baseada em seus respectivos *invariantes* – referentes à *escolha* e à *ordenação* dos elementos (invariantes que diferenciam as distintas situações), tendo em vista o *esgotamento de possibilidades* (invariante comum a todas as situações combinatórias).

Com base nisso, a autora apresenta quatro tipos de situações combinatórias básicas: *produto cartesiano*, *arranjo*, *combinação* e *permutação*. Nos problemas que abordam a situação de *produto cartesiano*, estão envolvidos dois ou mais conjuntos de elementos, dos quais deve ser escolhido um elemento de cada conjunto. Nesse tipo de problema a ordem não é determinante de possibilidades distintas. Um exemplo (MONTENEGRO, 2018): *Jane possui quatro blusas (amarela, rosa, laranja e vermelha), duas saias (preta e branca) e dois pares de sapato (dourado e prateado). De quantas maneiras diferentes ela poderá se vestir usando uma de suas blusas, uma de suas saias e um de seus pares de sapato?* A escolha deve considerar um elemento de cada conjunto (blusas, saias e pares de sapato). Dado o invariante de ordem, o conjunto blusa amarela, saia branca e sapato dourado se refere à mesma possibilidade de sapato dourado, saia branca e blusa amarela, por exemplo.

Por sua vez, problemas que exploram a situação de *arranjo* envolvem um único conjunto, do qual serão selecionados alguns elementos, de forma que a ordem determina possibilidades distintas. Montenegro (2018) apresenta o seguinte exemplo: *Edinho tem alguns carrinhos e quer colocar placas neles. Ele quer usar quatro letras (X, Y, K e W) e vai escrever três letras em cada placa. Quantas são todas as possibilidades de placas que Edinho pode fazer, sem que as letras se repitam?* Em tal contexto, de um conjunto único composto por quatro letras, é preciso que três delas sejam escolhidas. Além disso, nesse caso, a placa XYK é diferente da placa KYX, por exemplo, pois a ordem é um fator determinante de possibilidades distintas.

Problemas de *combinação* também envolvem um conjunto único, do qual alguns elementos devem ser escolhidos. A diferença deste tipo de problema combinatório para o anteriormente apresentado se dá pelo invariante de ordem. Nesse caso, a ordem não determina possibilidades distintas. Montenegro (2018) apresenta a seguinte situação: *Márcia tem em casa quatro tipos de fruta (mamão, abacaxi, laranja e banana) e quer fazer uma salada usando três dessas frutas. De quantas maneiras diferentes ela pode combinar essas frutas?* Nota-se que do conjunto único composto por quatro frutas, devem ser escolhidas três delas. No entanto, uma salada de frutas contendo banana, laranja e abacaxi ou laranja, abacaxi e banana se refere à mesma escolha.

Por fim, nos problemas de *permutação* todos os elementos do conjunto único envolvido devem ser utilizados simultaneamente na construção das possibilidades. Dessa maneira, é justamente a ordem de organização de tais elementos que irá compor as diferentes possibilidades. Um exemplo proposto por Montenegro (2018): *De quantas maneiras diferentes três pessoas (Maria, Luís e Carlos) podem posicionar-se numa fila do banco?* A fila formada deverá considerar sempre as três pessoas. Nesse caso, Maria em primeiro lugar, Luís em segundo e Carlos em terceiro é diferente de Luís em primeiro lugar, Maria em segundo e Carlos em terceiro, por exemplo.

Tendo em vista a variedade de problemas combinatórios acima citados, seus respectivos *invariantes* e também as *representações simbólicas* próprias da Combinatória, foram analisados, a partir de uma leitura crítica, os documentos oficiais nacionais que servem de ponto de partida para a elaboração dos currículos prescritos estaduais e municipais. Nas seções que seguem são apresentadas as discussões referentes aos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) – atualmente equivalente aos Anos Finais – e às orientações presentes na BNCC – Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) voltadas para a mesma etapa da escolarização.

A COMBINATÓRIA NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

Os PCN foram construídos considerando-se a necessidade da existência de referências nacionais comuns que pudessem servir de ponto de partida para a construção de currículos prescritos locais. A elaboração de tais currículos precisava levarem conta, ainda, as diversidades regionais e culturais, garantindo aos estudantes o acesso aos conhecimentos essenciais à formação do cidadão.

O documento voltado para a disciplina de Matemática e para a etapa da escolarização equivalente aos Anos Finais do Ensino Fundamental organiza os conteúdos em quatro blocos: *Números e Operações*; *Espaço e Forma*; *Grandezas e Medidas*; *Tratamento da Informação*. Sobre o último bloco, tem-se que: “integrarão este bloco estudos relativos a noções de Estatística e de probabilidade, além dos *problemas de contagem que envolvem o princípio multiplicativo*" (BRASIL, 1998, p. 52).

Reforçando a defesa da importância da exploração de estratégias e representações simbólicas diversas na resolução de problemas combinatórios, tanto as espontâneas quanto as mais formalizadas e refinadas, os PCN apontam que, no trabalho com o bloco de *Tratamento da Informação* "o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos" (BRASIL, 1998, p. 52). Em especial, destaca-se que:

> *Relativamente aos problemas de contagem*, o objetivo é levar o aluno a lidar com *situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos* que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e *a compreensão do princípio multiplicativo* para sua aplicação no cálculo de probabilidades (p. 52).

Da passagem acima se infere a importância da exploração das diferentes situações combinatórias para o desenvolvimento do raciocínio combinatório. Isto é, nos leva à defesa de que sejam explorados diferentes tipos de problemas combinatórios, explorando-se seus respectivos invariantes: *produto cartesiano*, *combinação*, *arranjo* e *permutação* (BORBA, 2010). Além disso, é válido destacar que a chegada ao uso do princípio multiplicativo (importante representação simbólica, própria de problemas de contagem) pressupõe a ampla exploração e consolidação de estratégias e representações simbólicas menos refinadas, como: enumeração oral, listagem e árvore de possibilidades.

Entretanto, muito de tais conclusões, baseadas nos aportes teóricos anteriormente discutidos, se encontra apenas nas entrelinhas. O documento em questão (BRASIL, 1998) não dá muitos detalhes sobre tais aspectos (*situações*, *invariantes* e *representações simbólicas*) ao explicitar os objetivos da Matemática relacionados à Combinatória nos 3º e 4º ciclo do Ensino Fundamental (Anos Finais), conforme apresentado nos *Objetivos da Matemática*, conforme apresentado nos recortes a seguir.

> *3º ciclo: resolver situações-problema que envolvam o raciocínio combinatório* e a determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão (p. 65, grifos meus)
> *4º ciclo:* construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, *utilizando o princípio multiplicativo* ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos (p. 82).

Mais especificamente, ao analisar os conceitos e procedimentos inseridos no bloco de *Tratamento da informação* a serem trabalhados nos Anos Finais, tem-se, no 3º ciclo (equivalente aos 6º e 7º anos): "Representação e contagem dos casos possíveis em situações combinatórias" (p. 74). No 4º ciclo (equivalente aos 8º e 9º anos): “Construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e a indicação da probabilidade de um evento por meio de uma razão” (p. 90).

Tal foco na aplicação da Combinatória, e principalmente do princípio multiplicativo, à Probabilidade é justificado na passagem que segue. Passagem que cita apenas superficialmente diferentes *representações simbólicas* importantes ao trabalho com a Combinatória que devem preceder o trabalho com o princípio multiplicativo e com fórmulas (estratégias mais refinadas).

> Tendo em vista que os alunos já desenvolveram estratégias para resolver os problemas de contagem nos ciclos anteriores, apoiados em tabelas, diagramas etc., os problemas poderão apresentar números um pouco maiores de modo que percebam que o princípio multiplicativo é um recurso que auxilia resolver mais facilmente muitos problemas (p. 85).

A importância de uma progressão no uso de *representações simbólicas* ganha espaço, contudo, nas *Orientações Didáticas* presentes em tal material (BRASIL, 1998), que associam a Combinatória tanto ao bloco de *Números e Operações* (ao ser apresentada como um dos significados da multiplicação), quanto ao de *Tratamento da Informação*.

> *Lancei dois dados: um vermelho e um azul. Quantos resultados diferentes é possível encontrar?* [...] trata-se de uma situação em que é necessário determinar a quantidade de elementos de uma coleção finita, organizada de uma determinada maneira – contagem dos casos possíveis. Em princípio, problemas como este podem ser resolvidos sem que seja necessário fazer nenhum cálculo, uma vez que a solução pode ser obtida pela contagem Direta das possibilidades. Nesse caso, o objeto da aprendizagem é a descoberta de um procedimento, como a construção de uma tabela de dupla entrada ou de um diagrama de árvore que assegure a identificação de todos os casos possíveis. Assim, é indispensável que os alunos produzam diversas representações para buscar os casos possíveis, antes de se pretender que reconheçam a utilização de um cálculo multiplicativo. Por outro lado, se lhes forem apresentados apenas problemas com quantidades pequenas, não terão a necessidade de aplicar o princípio multiplicativo, pois o procedimento da contagem direta é suficiente para obter a solução (p. 111-112).
>
> Os primeiros contatos dos alunos com os problemas de contagem devem ter como objetivo a familiarização com a contagem de agrupamentos de objetos, de maneira formal e direta – fazer uma lista de todos os agrupamentos possíveis e depois contá-los. A exploração dos problemas de contagem levará o aluno a compreender o princípio multiplicativo. Tal princípio está quase sempre associado a situações do tipo: “Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo pode-se formar? (p. 136-137).

É válido ressaltar, no entanto, que em todo o documento, os exemplos de problemas apresentados se referem a situações do tipo de *produto cartesiano*. Dessa maneira, ainda que haja menções às *representações simbólicas*, o trabalho com diferentes tipos de problemas combinatórios é apenas mencionado – sem que haja indicação de quais problemas seriam estes (*situações*) e, consequentemente, sem que haja orientações no sentido de distinguir seus *invariantes*. É de suma importância que tais aspectos ganhem espaço nos currículos prescritos, bem como em materiais didáticos (como o livro didático) para que alcancem ao professor e possam chegar às salas de aula, garantindo o amplo desenvolvimento dos raciocínios combinatórios dos estudantes.

A COMBINATÓRIA NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

O documento oficial atualmente em vigência, a BNCC (BRASIL, 2018) veio substituir os PCN (BRASIL, 1998) como orientação nacional, agora com caráter normativo, isto é, obrigatório. Tal documento apresenta uma estrutura que tem por objetivo garantir o conjunto de aprendizagens essenciais aos estudantes do país, tendo em visto o desenvolvimento integral destes, por meio das dez competências gerais da Educação Básica.

Na BNCC os conteúdos referentes à Matemática estão organizados em cinco unidades temáticas: *Números*; *Álgebra*; *Geometria*; *Grandezas e Medidas*; *Probabilidade e Estatística*.

Dentro de cada unidade temática, são apresentados os *objetos de conhecimento* e as *habilidades* a eles relacionadas em cada ano da escolarização. Nesse sentido, destaca-se que:

> Na definição das habilidades, a progressão ano a ano se baseia na compreensão e utilização de novas ferramentas e também na complexidade das situações-problema propostas, cuja resolução exige a execução de mais etapas ou noções de unidades temáticas distintas. *Os problemas de contagem*, por exemplo, devem, inicialmente, estar restritos àqueles cujas *soluções podem ser obtidas pela descrição de todos os casos possíveis*, mediante a utilização de esquemas ou diagramas, e, posteriormente, àqueles cuja resolução depende da aplicação dos *princípios multiplicativo* e aditivo e do princípio da casa dos pombos (BRASIL, 2018, p. 275).

Em tal passagem, há a menção superficial à progressão do trabalho com *representações simbólicas* típicas da Combinatória, sem que haja maiores indicações referentes às *situações* ou aos seus *invariantes*.

Especificamente nos Anos Finais, o espaço dado a tal área da Combinatória é restrito ao objeto do conhecimento nomeado *princípio multiplicativo da contagem*, que aparece relacionado a apenas duas habilidades nos Anos Finais, ambas no 8º ano do Ensino Fundamental.

> (EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
> (EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo [...].

A primeira habilidade apresentada acima se encontra na unidade temática *Números*. Assim, percebe-se a escolha deste documento oficial de alocar a Combinatória como um dos significados da multiplicação e, ao contrário do que acontece nos PCN ela perde seu lugar junto à Probabilidade e à Estatística – que ganham uma unidade temática própria.

De maneira contraditória a tal organização, a outra única habilidade que faz menção ao mesmo objeto do conhecimento (*princípio multiplicativo da contagem)* nos Anos Finais está contida na unidade temática de *Probabilidade e Estatística*, ressaltando, assim, a articulação existente entre Combinatória e Probabilidade. Articulação esta que é, inclusive, reforçada em outros momentos no documento: "a progressão dos conhecimentos [referentes à Probabilidade] se faz pelo aprimoramento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também, aos problemas de contagem" (BRASIL, 2018, p. 274).

Na BNCC não há uma seção que apresente orientações didáticas, como é o caso dos PCN. Assim, dado o posto, percebe-se que houve perdas no espaço dado à Combinatória, bem como na qualidade no direcionamento de seu ensino na etapa da escolarização aqui analisada. Este documento não apresenta exemplos de problemas de natureza combinatória, nem ressalta a importância do trabalho com uma variedade de *situações* (dado o reconhecimento de seus *invariantes* e das propriedades que as diferenciam). Também não se aprofunda na discussão sobre as *representações simbólicas*, como apontado anteriormente.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Os dois documentos oficiais nacionais analisados no presente texto (BRASIL, 1998; 2018) ocupam, em diferentes momentos na história curricular, o mesmo papel: de ser um ponto de partida orientador à construção dos currículos prescritos locais. Ainda que o posto em tais documentos se refira à expectativa voltadas a um currículo prescrito mínimo comum (cabendo aos currículos estaduais e municipais acrescentarem suas especificidades e orientações didáticas voltadas ao cumprimento dos mesmos) é inegável sua grande influência inclusive no currículo apresentado (livros didáticos). Assim, as discussões aqui levantadas levam em consideração o quanto o que faz parte desses documentos (e o que não é suficientemente apontado nos mesmos) representa o trabalho com a Combinatória que chega efetivamente às salas de aula.

Ressalta-se a inconsistência referente à escolha da unidade temática na qual se inclui a Combinatória. Na BNCC (BRASIL, 2018) a mesma está presente, *Números*, mas, nos Anos Finais, tem um espaço ínfimo e o mesmo objeto de aprendizagem ao qual a única habilidade específica aparece atrelada (*princípio multiplicativo*) aparece também em *Probabilidade e Estatística*, reforçando a articulação existente entre essas duas áreas da Matemática – ainda que na divisão adotada as mesmas não compartilhem a mesma unidade temática.

Por sua vez, nos PCN (BRASIL, 1998) a importância do trabalho como diferentes *situações* é citada, mas não há orientações suficientes no sentido de apresentar os variados tipos de problemas que devem ser trabalhados na etapa da escolarização em questão. São apresentados exemplos de apenas um tipo de situação combinatória (*produto cartesiano*) e, em função disso, não há direcionamento algum referente aos *invariantes* de problemas dessa natureza. Já as *representações simbólicas*, bem como a grande importância de que haja uma evolução no repertório de estratégias e representações ao longo da escolarização, a partir do contato com as mesmas é bem destacado – especialmente na seção de orientações didáticas presente neste documento.

Assim, sob uma ótica comparativa entre os documentos analisados, percebe-se que houve grande perda no que diz respeito à Combinatória nos Anos Finais, visto que a orientação em vigência não enfatiza a importância de se trabalhar em sala de aula diferentes tipos de situações combinatórias (refere-se apenas como *problemas de contagem*), bem como se limita, nas habilidades apontadas a citar o princípio multiplicativo como estratégia de resolução de tais problemas. Dessa maneira, não chama atenção à necessidade de que os estudantes possam conhecer *representações simbólicas* variadas. Além disso, o fato de a Combinatória aparecer apenas no 8º ano (dentre os quatro anos que compõem os Anos Finais do Ensino Fundamental) demonstra que o mesmo não está alinhado com a defesa de um trabalho contínuo, visando o desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes (BORBA, 2016).

REFERÊNCIAS

BATANERO, C.; GODINO, J.; NAVARRO-PELAYO, V.. **Razonamiento combinatorio.** Madrid: Síntesis. 1996.

BORBA, R. C. Antes cedo do que tarde: O aprendizado da Combinatória no início da escolarização. In: Encontro de Combinatória, Estatística e Probabilidade dos Anos Iniciais – Encepai. **Anais...** Recife, 2016.

BORBA, R. O raciocínio combinatório na Educação Básica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM. **Anais...** Salvador, 2010.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** - BNCC. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC / Secretaria de Ensino Fundamental, 1998.

FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children.** Dordrecht, 1975.

LIMA, R. **O raciocínio combinatório de alunos da educação de jovens e adultos:** do início da escolarização até o ensino médio**.** (Dissertação: Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2010.

LOPES, A.; MACEDO, E. **Teorias de Currículo**. São Paulo: Cortez, 2011.

MONTENEGRO, J. **Identificação, conversão e tratamento de registros de representações semióticas auxiliando a aprendizagem de situações combinatórias**. 2018. 247f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

MORGADO, A.; PITOMBEIRA DE CARVALHO, J. B.; PINTO DE CARVALHO, P.; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graftex, 1991.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **La génese de l'idée de hasard chez l'enfant.** Paris, Press Universitaires de France, 1951.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo:** Uma reflexão sobre a prática. 3. ed., Porto Alegre: Artmed, 2000.

SILVA, T. T. **Documentos de Identidade:** Uma Introdução às Teorias de Currículo. 3° ed. Belo Horizonte, Autêntica, 2010.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In. BRUM, Jean, (org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, p. 155-191, 1996.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v. 1, p.75-90, 1986.