

A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: O CÁLCULO DO VOLUME DE UM SÓLIDO DE REVOLUÇÃO COM A UTILIZAÇÃO DE SOFTWARES

Ms. Alexandre Souza de Oliveira¹

Anderson Moraes da Silva²

Marcio Adalberto de Campos Junior³

RESUMO

Neste trabalho pretendemos apresentar uma atividade, referente à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral III. O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma aplicação de integral definida. Nossa proposta foi desenvolver uma atividade envolvendo o cálculo do volume de um sólido de revolução. Para isso, utilizamos os dois softwares livres: Graph, na determinação da curva de contorno e WxMaxima e WolframAlpha, para o cálculo da integral definida. No entanto para confrontarmos o resultado obtido pelo cálculo utilizamos a medida real do volume do sólido por meio de uma proveta no laboratório. Percebemos que vários conceitos estudados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral III foram discutidos e reutilizados e também novos conceitos foram compreendidos, mostrando com isso a importância de atividades de aplicação e da utilização de softwares nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral.

Palavras chave: Cálculo Diferencial e Integral, Sólido de Revolução, Graph, WxMaxima, WolframAlpha.

Introdução e Relevância do Tema

Levamos em consideração da necessidade de se repensar o ensino de Cálculo Diferencial e Integral com o auxílio também de programas computacionais para o aprimoramento educacional dos conteúdos estudados, apresentando aos alunos um novo recurso de aprendizagem relacionado à aprendizagem do conteúdo com a utilização de software, buscando resultados favoráveis por meio das Tecnologias de Informação, possibilitando diagnosticar problemas e avanços no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, bem como incentivar o uso de Tecnologias de Informação pelos alunos, visando uma melhoria no aprendizado.

¹ Mestre em Educação Matemática. Professor do Departamento de Exatas da Universidade Nove de Julho – UNINOVE. Professor titular de cargo efetivo da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Professor do projeto Olimpíadas Públicas de Matemática do Estado de São Paulo. E-mail: alexandre.souza.oliveira@usp.br

² Aluno de iniciação científica da Universidade Nove de Julho - UNINOVE. E-mail: andersonmoraes27@gmail.com. Orientação: Prof. Ms. Alexandre Souza de Oliveira.

³ Aluno de iniciação científica da Universidade Nove de Julho – UNINOVE. E-mail: marcioacjr@gmail.com. Orientação: Prof. Ms. Alexandre Souza de Oliveira.

Acreditamos que aulas expositivas tradicionais, onde o professor apresenta o conteúdo, resolve alguns exercícios, passa lista de atividades e depois desse período prepara a prova para avaliar a aprendizagem não mais atrai os alunos. Segundo D'Ambrósio *“Não é de se estranhar que o rendimento esteja cada vez mais baixo, em todos os níveis. Os alunos não podem agüentar coisas obsoletas e inúteis, além de desinteressantes para muitos.”* (D'Ambrosio, 1991, p.59).

Trabalhar a informática e os seus recursos tecnológicos pode ser um caminho a ser seguido para ampliar reflexões e solidificar o uso desses recursos nas diversas disciplinas dos cursos de engenharias.

Professores e pesquisadores vivenciam grandes reflexões relacionada a incorporação das tecnologias no processo ensino-aprendizagem da matemática, com grande responsabilidade de transformar esse processo numa atividade prazerosa e eficaz para o professor e para o aluno.

Vale destacar que defendemos o uso de recursos tecnológicos em aulas de Cálculo Diferencial e Integral, bem como nas aulas de matemática, que já não cabe mais duvidar da importância do professor dominar esta metodologia. Lembramos que a sociedade em geral “funciona” a base de tecnologias, e os alunos do curso de engenharia terão que vivenciar com “o mundo eletrônico” direta ou indiretamente no dia a dia.

Objetivo desta pesquisa

O objetivo desta pesquisa é acoplar as tecnologias com a aplicabilidade de um conteúdo matemático, ou seja, utilizar os softwares Graph e WxMaxima para o cálculo da integral definida, bem como desenvolver uma atividade envolvendo o cálculo do volume de um sólido de revolução.

Acreditamos também que esta pesquisa também pode contribuir para romper a barreira que de certa forma distancia o professor de Cálculo do aluno, onde na medida em que as atividades propostas vão se realizando há uma maior aproximação de aluno-professor e professor-aluno.

Situando a pesquisa

Só para situar a pesquisa, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral III, é abordado além de técnicas de integração, também a integral definida com suas aplicações, entre elas, o cálculo do volume de sólidos de revolução. Partindo do pressuposto que o

aluno tem o conhecimento da geometria espacial, no que se refere ao cálculo do volume de um sólido retangular, propomos calcular o volume de um sólido, por meio da rotação de uma curva representativa do contorno deste sólido, girando em torno de um eixo fixo. Para tal, sugerimos aos alunos que escolhessem algum objeto, que seja identificado como um sólido de revolução, possível de ser medido em seu diâmetro e altura. Na sequência, os alunos fizeram suas escolhas e foram orientados para obtenção das medidas, utilizando para isso o paquímetro, que é um instrumento adequado para a situação.

Para a realização desta atividade, percebemos a grande importância da utilização de softwares e para tal, fizemos uso de alguns já conhecidos e disponíveis pela internet, os Graph e WxMaxima. A escolha por estes dois softwares livres se dá pelas vantagens que estes possuem, em relação aos pagos, caso contrário, teríamos que pagar a licença para podermos utilizar, mas não só foi vantagem econômica, mas também estes serem mais acessíveis, simples e adequados para esta tarefa.

Com relação ao software Graph, este será utilizado para a obtenção da curva de contorno, onde a curva a ser escolhida e a ordem da mesma pode se adequar ao contorno do sólido.

Concordamos com Cláudio e Cunha (2001) quando comenta que

[...] para possibilitar ao aluno construir seu conhecimento, é preciso que o professor escolha um tipo de software adequado para isso. [...] É imprescindível que o professor tenha profundo conhecimento do conteúdo que trabalhará e do software que adotará. Além disso, ele deve estar sempre interagindo com o aluno, questionando seus resultados, interpretando seu raciocínio e aproveitando os erros cometidos como forma de explorar os conceitos que não ficaram bem esclarecidos. Assim, o professor estará claramente, utilizando o computador como ferramenta inteligente, enquanto ele desempenha um papel facilitador entre o aluno e a construção do seu conhecimento. (Cláudio; Cunha, 2011, p. 174-175).

Ao fazer a opção de uma atividade com a utilização de computadores tomamos o cuidado para que alunos não depositem excesso de confiança nesse trabalho imaginando que esses recursos darão resposta pronta, então decidimos utilizar o software WxMaxima⁴ para determinar o volume do sólido, por meio da integral definida. Apesar deste cálculo poder ser realizado manualmente, optamos pelo uso do software, pois o modelo que

⁴ Criado originalmente por um grupo de pesquisadores do MIT (Massachusetts Institute of Technology), o WxMaxima oferece um ambiente orientado para cálculos matemáticos, sejam eles simbólicos, números ou gráficos. A sua característica mais importante é a habilidade que o programa tem em lidar com símbolos e obter respostas exatas para muitos problemas matemáticos, o que inclui por exemplo derivadas, integrais e equações diferenciais. Cálculos aproximados também podem ser feitos. O sistema ainda pode gerar e exportar figuras em duas e três dimensões. Todos estes atributos fazem do WxMaxima um bom laboratório para o desenvolvimento, ensino e aprendizagem da matemática.

determina uma curva de contorno geralmente envolve coeficientes não exatos e com isso o cálculo da integral definida torna-se muito trabalhoso. Além disso, o modelo facilmente poderia ser melhorado se necessário, ou seja, caso o resultado não seja satisfatório, novas medições podem ser realizadas e novos modelos gerados, tornando-se assim uma maior rapidez na realização do cálculo do volume.

O sólido utilizado para a atividade está mostrado na fig. 1.



Fig.1 Sólido escolhido pelos alunos

Medições do sólido

Para obter as medidas do sólido, os alunos optaram pelo uso da fita métrica e do paquímetro.

Em primeiro lugar, orientamos os alunos para marcar o sólido verticalmente com a fita métrica e em seguida, a cada centímetro encontrar a medida do diâmetro, com o auxílio do paquímetro, e determinar o raio em cada uma das alturas.

Após a realização das medidas e a organização dos dados em tabela, já no laboratório de informática, orientamos os alunos para seguir as indicações expressas em um roteiro, que foi previamente elaborado para a realização desta atividade. Para obter a curva de contorno, foi necessário dispor no *software* os dados coletados do sólido e, acessar o menu *Função*, marcar *Inserir série de pontos*, ou clicar no local indicado na Fig. 2 e seguir as orientações que são apresentadas pelo *software*, fazendo aparecer a janela (Fig. 2) que indica onde deverão ser digitados os dados dos sólidos. Ficou estabelecido que a variável X representaria a altura e, Y seria a variável representativa do raio.

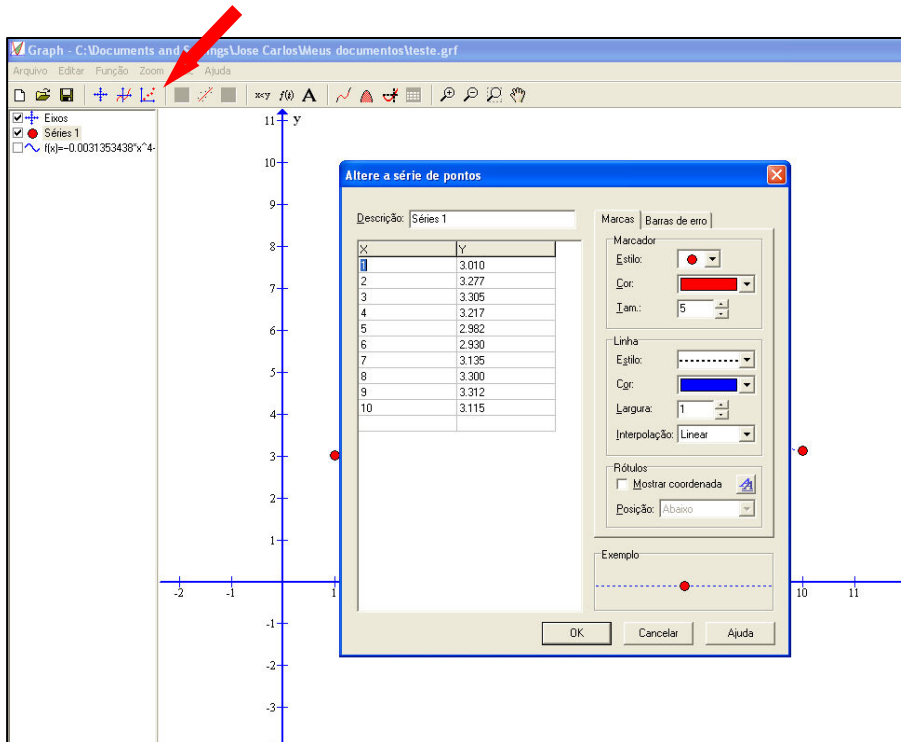


Figura 2. Janelas do Graph.

Após inserir as informações referentes às medidas encontradas no sólido e clicar em *OK*, aparecerá na tela a distribuição dos pontos. Para realizar a escolha da curva modelo devemos acessar o menu *Função* e escolher a opção *Inserir ajuste de curva* ou, clicar no local indicado na Fig. 3.

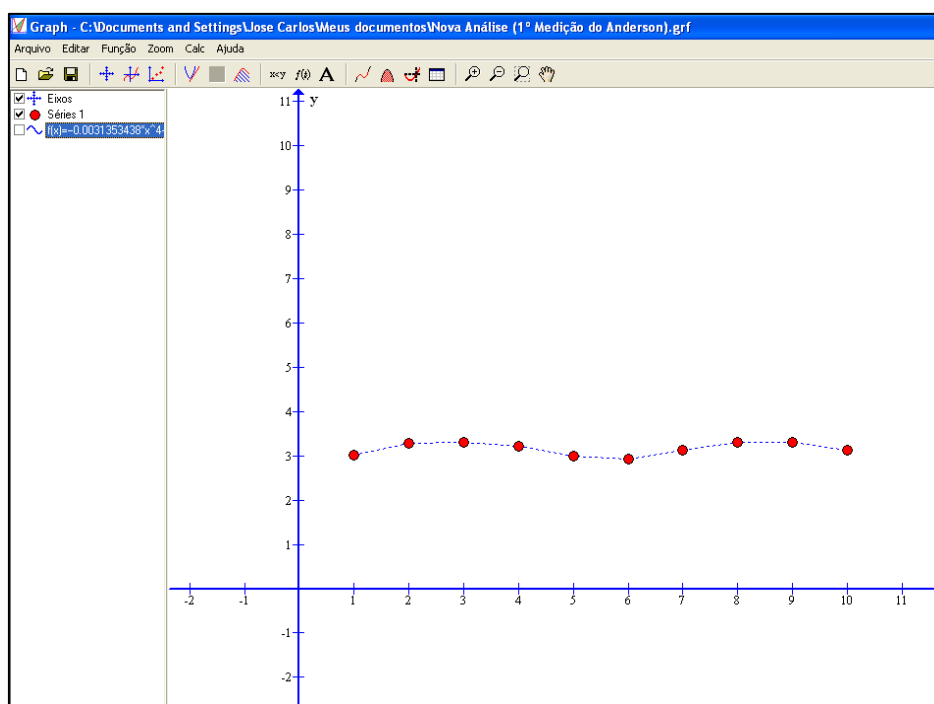


Figura 3. Distribuição dos dados.

Neste momento foi necessária uma discussão sobre a distribuição dos dados, observando o tipo de curva que deveria ser escolhida de forma que, melhor representasse esses dados. No exemplo que estamos mostrando, a curva escolhida foi polinomial de ordem quarto, pois é fácil perceber que a distribuição dos pontos assemelha a uma curva representativa de uma função de quarta ordem.

A escolha e a determinação do modelo a partir do *software* se tornam bastante rápida e eficiente, podendo ser alterada quantas vezes necessário, até chegar ao melhor modelo (Fig. 4).

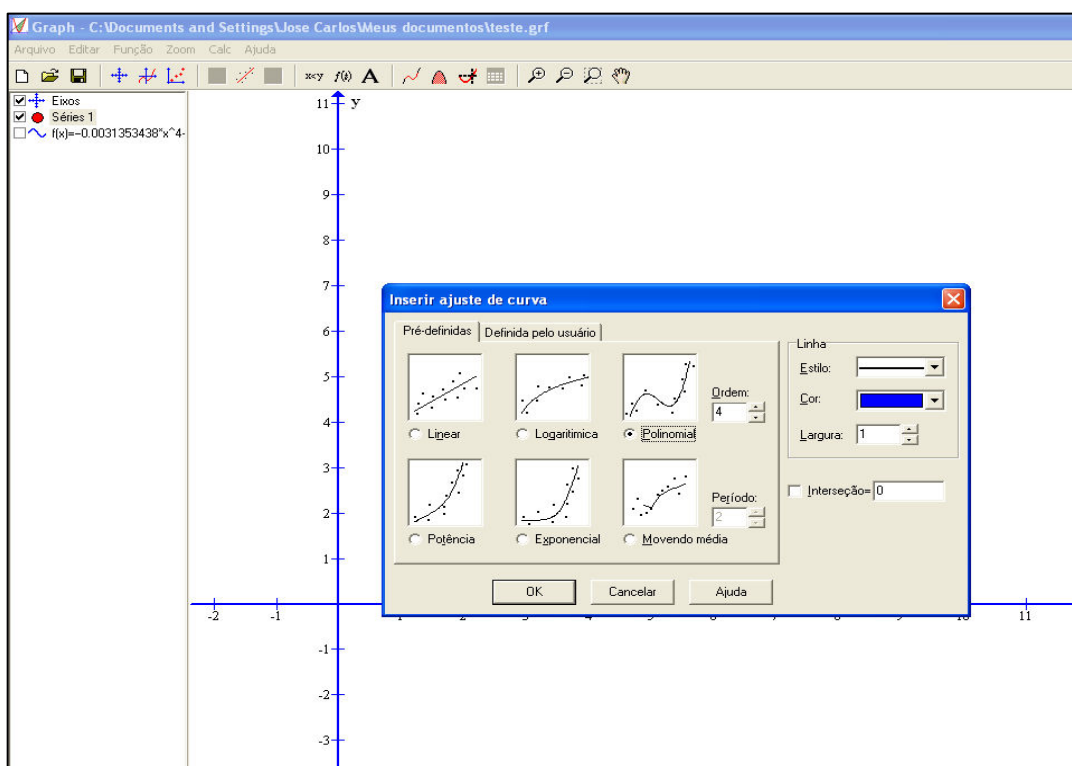


Figura 4. Janela do Graph.

Com a ordem e o tipo de função já escolhida, clicando em *OK* o modelo foi gerado e apresentado no canto direito da tela, como mostra a Fig. 5. Este modelo, mostrado na Eq. (1), foi utilizado para o cálculo do volume.

$$f(x) = -0,0031353438x^4 + 0,070388015x^3 - 0,52571809x^2 + 1,4663495x + 1,9839167 \quad (1)$$

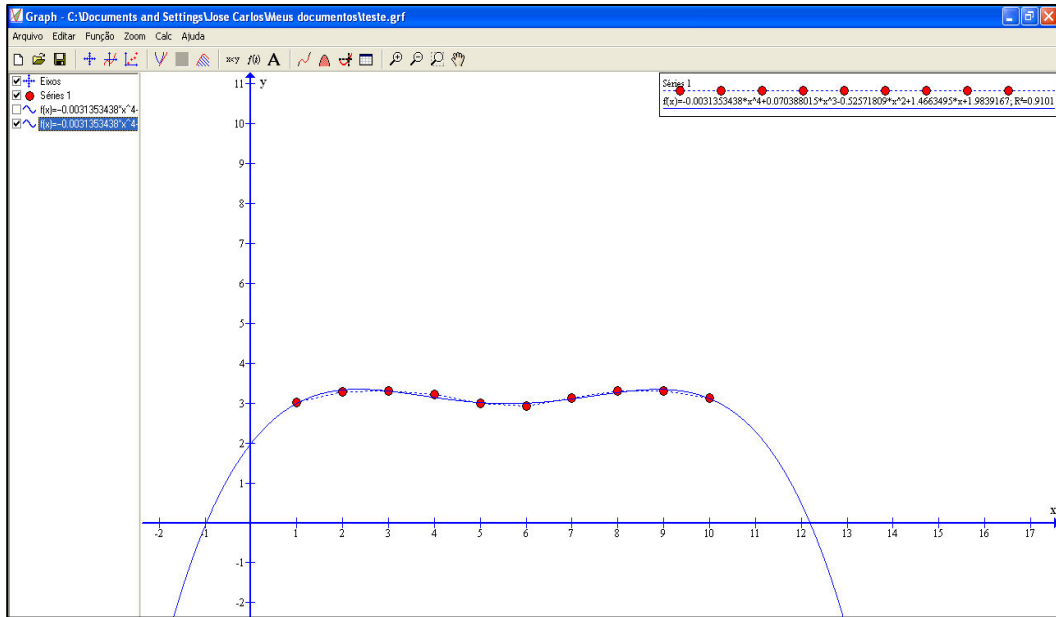


Figura 5. Janela do Graph.

Cálculo do Volume do Sólido

Para calcularmos o volume do sólido, consideramos que a curva faria uma revolução em torno do eixo fixo, neste caso o eixo “x”. Assim, a fórmula válida é dada pela equação (2), onde $f(x)$ é o modelo e o intervalo $[a,b]$ foi determinado pelas medições, ou seja, $[1,10]$.

$$V = \pi \cdot \int [f(x)]^2 dx \quad (2)$$

Para encontrar o valor do volume do sólido, conforme Eq. (2), foi utilizado o WxMaxima, devido ao software Graph não realizar este tipo de cálculo. O resultado obtido conforme a figura a foi de

$$\frac{72416617\pi}{794384}$$

Após aplicação do conteúdo matemático para obter o cálculo do volume do sólido partimos para a medição real para que possamos ter uma maior credibilidade e confrontarmos com as medidas calculadas. Neste procedimento para verificação real utilizamos de uma proveta. O resultado mostrou que a situação real comparado com os cálculos matemáticos apresentou um erro aproximado de 2% no qual podemos considerar satisfatório. Obviamente que devemos considerar erros de medidas em ambos os resultados e que não consideramos a espessura do sólido.

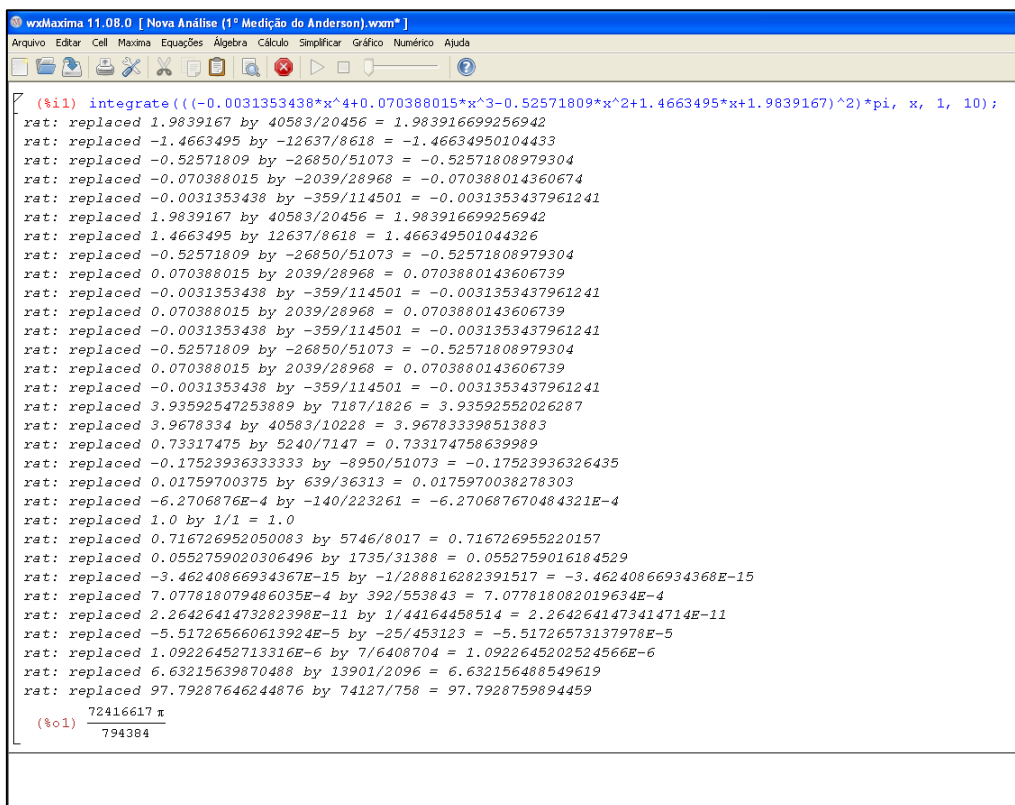


Figura 6. Janelas do WxMaxima, integração definida.

Com a utilização do WxMaxima para a integração da função definida foi gerado uma divisão. Para o cálculo dessa divisão utilizamos o site www.wolframalpha.com para obter o resultado de $286,39\text{cm}^3$.

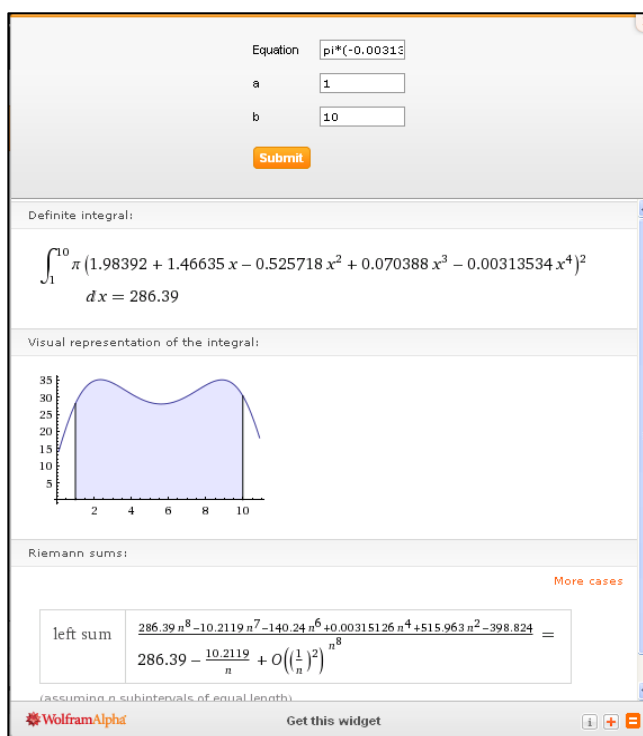


Figura7. Cálculo da integral pelo WolframAlpha

Considerações finais

Diversas pesquisas vêm abordando as dificuldades encontradas pelos alunos na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, que é ministrada em cursos de graduação na área de exatas e principalmente nos cursos de Engenharia. Os alunos que iniciam um curso de Engenharia muitas das vezes sofrem pela falta de embasamento matemático, geralmente com tópicos relacionados às funções, como destaca Mariani (2006).

Ao iniciar este projeto, buscou-se compreender como se procede para utilizar as novas tecnologias, visando a aprendizagem dos alunos em relação ao desenvolvimento de uma atividade envolvendo o cálculo do volume de um sólido de revolução. Diante de tudo isto, procurou-se desenvolver uma experiência para um conteúdo específico da matemática, o volume de um sólido de revolução, utilizando os softwares livres: Graph, na determinação da curva de contorno e WxMaxima e WolframAlpha, para o cálculo da integral definida. Com isso, acreditamos que houve aprofundamento do conceito do conteúdo específico e houve interação em aulas dinamizadas, buscando o desenvolvimento das práticas educacionais em concordância com tecnologias atuais.

Referências

BRAGA, Marcelo. *O significado das mídias no processo de construção de conhecimento Matemático*. . In: XII EBRAPEM, 2008, Rio Claro/SP: UNESP.

CLÁUDIO, Dalcídio Moraes; CUNHA, Márcia Loureiro da. As novas tecnologias na formação de professores de Matemática. Em: CURY, Helena Noronha (org.). ***Formação de Professores de Matemática: uma visão multifacetada***. 1ª Ed. Porto alegre: EDIPUCRS, 2001.

D'AMBRÓSIO, U. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. *Revista Temas e Debates da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM*. Rio Claro, n. 3, p. 1 – 15, 1991.

MARIANI, R. C. P. (2006). *Transição da educação básica para o ensino superior: a coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de Cálculo*. (Tese de doutorado)

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados, In: ***Informática na Educação: Teoria e Prática***. Porto Alegre: UFRGS , vol. 1, n. 1, 1998.

<http://www.wolframalpha.com> acessado em 13/09/2011.